

ثوابت فیزیکی و نجومی

6.67×10^{-11}	$m^2 kg^{-1} s^{-2}$	ثابت جهانی گرانش	G
5.67×10^{-8}	$W m^{-2} K^{-4}$	ثابت استفان بولتزمان	σ
1.38×10^{-23}	JK^{-1}	ثابت بولتزمان	k_B
6.62×10^{-34}	Js	ثابت پلانک	h
3×10^8	ms^{-1}	سرعت نور	c
1.6×10^{-19}	J	الکترون ولت	eV
365.25	days	سال نجومی	yr
3.09×10^{16}	m	پارسک	pc
1.5×10^{11}	m	واحد نجومی	Au
9.26×10^{10}	m	سال نوری	ly
6.96×10^8	m	شعاع خورشید	R_{\odot}
6.38×10^6	m	شعاع زمین	R_{\oplus}
7.15×10^7	m	شعاع مشتری در استوا	R_{J}
1.72×10^6	m	شعاع ماه	R_{Moon}
3.84×10^8	m	شعاع مدار ماه	a_{Moon}
1.99×10^{30}	kg	جرم خورشید	M_{\odot}
5.97×10^{24}	kg	جرم زمین	M_{\oplus}
1.9×10^{27}	kg	جرم مشتری	M_{J}
5.79×10^7	K	دمای خورشید	T_{\odot}
3.85×10^{26}	W	درخشندگی خورشید	L_{\odot}
1.37×10^7	$W m^{-2}$	ثابت خورشیدی	S_{\odot}
4.72		قدر مطلق بولومتریک خورشید	$M_{\text{bol}, \odot}$
-26.8		قدر ظاهری خورشید	m_{\odot}
-13.7		قدر ظاهری ماه بدر	m_{Moon}
10^7	years	عمر خورشید	τ_{\odot}
70	$Kms^{-1} Mpc^{-1}$	ثابت هابل	H_0

باسمه تعالی
وزارت آموزش و پرورش
پاشگاه دانش پزوهان جوان

مبارزه‌ی علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست و جو و کشف واقعیت‌هاست. «مام خمینی (ره)»



دفترچه سوالات
هفتمین المپیاد نجوم و اخترفیزیک کشور

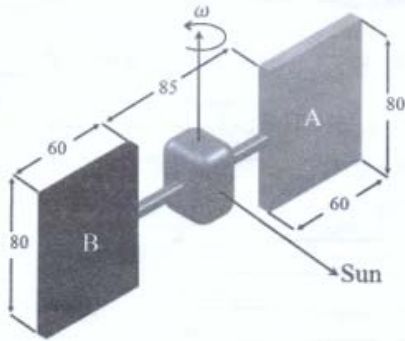
مرحله‌ی اول
۷ بهمن ماه ۱۳۸۹ (۱۴:۰۰ تا ۱۸:۰۰)

مدت آزمون: ۲۴۰ دقیقه | کد دفترچه‌ی سوالات: ۷

تذکرات:
۱) تسهیل آرزوی موفقیت برای شما در اول مطلب گرامی، خواهشیه است به سواره زیر دقیقاً توجه کنید.
۲) کد برگه‌ی سوالات شما ۳ است. این کد را در محل مربوط روی پاسخنامه بنویسید. در غیر این صورت پاسخنامه‌ی شما تصحیح نخواهد شد. توجه داشته باشید کد برگه‌ی سوالات شما که در زیر هر یک از صفحه‌های این دفترچه نوشته شده است، با کد اصلی که در همین صفحه است یکی باشد.
۳) این آزمون ۳۹ سوال چند گزینه‌ای و ۸ مسئله‌ای کوتاه دارد و وقت آن ۲۴۰ دقیقه است.
۴) در بخش چند گزینه‌ای جواب غلط نمره منفی دارد. نمره پاسخ درست و غلط در گوشه سمت چپ هر سوال چاپ شده است. مسئله‌های کوتاه نمره منفی ندارند و هر پاسخ صحیح ۲ نمره مثبت دارد.
۵) مشخصات خواسته شده را «به طور کامل» روی برگه‌ی پاسخنامه بنویسید. در صورت کامل نبودن اطلاعات خواسته شده، یا غلط بودن آن‌ها پاسخنامه‌ی شما تصحیح نخواهد شد.
۶) همراه داشتن تلفن همراه مجاز نیست. اگر دارید در اسرع وقت مسئول جلسه را مطلع کنید تا آن را تحویل بگیرد. در غیر این صورت حتی اگر از آن استفاده نکنید تلفن محسوب خواهد شد. استفاده از ماشین حساب مهندسی که قابل برنامه ریزی نیست، مجاز است.
۷) استفاده از جدول‌های نجومی، تقویم‌های نجومی، اتمس‌ها و آماناکی‌ها به هر شکل که باشد، مجاز نیست.
۸) برگه‌ی پاسخنامه را دستگاه تصحیح می‌کنند پس آن را تا تکلیف و تمیز نگه دارید.
۹) نتیجه‌ی این آزمون اواخر اسفندماه اعلام خواهد شد.
۱۰) پس از پایان آزمون می‌توانید دفترچه‌ی سوالات را همراه خود ببرید.

کلیدی حفر این سوالات برای پاشگاه دانش پزوهان جوان محفوظ است.

۱. هنگامی که نور به سطح یک جسم برخورد می‌کند، فوتون‌ها به واسطه‌ی تغییر تکانه‌ی خطی خود، بر سطح نیرو وارد می‌کنند، این نیرو که تنها ناشی از تابش است، نیروی تابشی نامیده می‌شود. همچنین انرژی فوتون‌ها از رابطه‌ی $E = pc$ بدست می‌آید. در این رابطه، p اندازه حرکت خطی فوتون‌ها و c سرعت نور است.



ماهواره‌ای قضایی را در نظر بگیرید که به دور زمین می‌چرخد و به دو سطح A و B که هر دو در جهت عمود بر تابش خورشید قرار دارند، مجهز است، به طوری که سطح A بازتابنده‌ی کامل نور و سطح B جذب کننده‌ی کامل نور است. گشتاور ناشی از نیروی تابشی، چند نیوتن‌متر و جهت آن نسبت به جهت نشان داده شده در شکل چگونه است؟ ابعاد در شکل به سانتی‌متر است.

- (الف) موافق، $1,6 \times 10^{-6}$ (ب) موافق، $9,3 \times 10^{-7}$ (ج) موافق، $2,2 \times 10^{-6}$ (د) مخالف، $1,6 \times 10^{-6}$
 (الف) مخالف، $1,6 \times 10^{-6}$ (ب) مخالف، $9,3 \times 10^{-7}$ (ج) مخالف، $2,2 \times 10^{-6}$ (د) مخالف، $2,2 \times 10^{-6}$

۲. شماره گذاری اجرام موجود در فهرست NGC بر اساس افزایش بُعد است، یعنی اولین جرم این فهرست جرمی است که کمترین بُعد را دارد و از آن پس با افزایش بُعد، سایر اجرام شماره گذاری می‌شوند. با توجه به اینکه این فهرست دربرگیرنده‌ی ۷۸۴۰ جرم غیر ستاره‌ای است. مکان $NGC 4826$ کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟

- (الف) $\alpha = 2^h 48^m, \delta = -19^\circ 02'$ (ب) $\alpha = 2^h 01^m, \delta = +23^\circ 19'$ (ج) $\alpha = 12^h 57^m, \delta = +21^\circ 41'$ (د) $\alpha = 2^h 06^m, \delta = -21^\circ 55'$

۳. چگالی جرمی آستانه‌ی کیهان به صورت $\rho_c = \alpha c^3 G^3 H^3$ که در آن G ثابت گرانش نیوتن، H پارامتر هابل، c سرعت نور و α ثابتی بدون بعد است. کدام گزینه درست است؟

- (الف) $p = 2, m = 2, n = -1$ (ب) $p = -2, m = -1, n = 1$ (ج) $p = -2, m = 0, n = 1$ (د) $p = 2, m = 0, n = -1$ (ه) $p = -2, m = -2, n = -1$ (و) $p = 2, m = 0, n = 1$

۴. خط طیفی آلفای اتم هیدروژن (H_{α}) تابش شده از یک ستاره که طول موج آن در آزمایشگاه $656,1$ نانومتر است، از طریق طیف ستجی اندازه‌گیری شده است. طول موج H_{α} اندازه‌گیری شده در دو نقطه‌ی مقابل هم در استوای ستاره به اندازه‌ی $10^{-11} m$ با هم اختلاف دارند. با فرض این‌که این اختلاف به خاطر دوران ستاره باشد، دوره‌ی تناوب چرخش این ستاره به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟ (قطر ستاره را $1,4 \times 10^9 m$ و محور دوران ستاره را منطبق بر صفحه کره‌ی سماوی فرض کنید).

- (الف) ۵۰ روز (ب) ۳۵ روز (ج) ۲۵ روز (د) ۲۰ روز (ه) ۱۵ روز

۵. اطلاعات مربوط به دو ستاره‌ی A و B برای یک ناظر زمینی در جدول زیر داده شده‌اند. اگر می‌توانستیم به ستاره‌ی A سفر کنیم، قدر ظاهری B را در آسمان آن‌جا چه عددی اندازه می‌گرفتیم؟

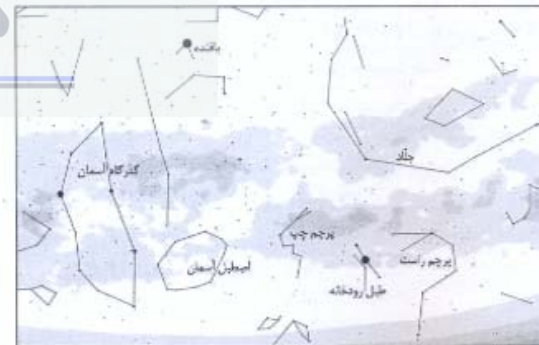
قدر مطلق	ستاره‌ی A	ستاره‌ی B
قدر ظاهری	$-0,5$	$1,5$
میل	$+30^\circ$	$+25^\circ$
بعد	136°	46°

- (الف) $4/42$ (ب) $1/42$ (ج) $2/67$ (د) $-1/67$

۶. منجمی با یک تلسکوپ نیوتنی ۶ اینچ که فاصله‌ی کانونی آن 60 سانتی‌متر است، می‌خواهد کمربند جبار را مشاهده کند. برای اینکه کمربند جبار کاملاً در میدان دید او قرار گیرد باید از کدام چشمی استفاده کند؟ ($FOV = 45^\circ$)

- (الف) ۵ میلی متری (ب) ۱۰ میلی متری (ج) ۲۵ میلی متری (د) ۴۰ میلی متری

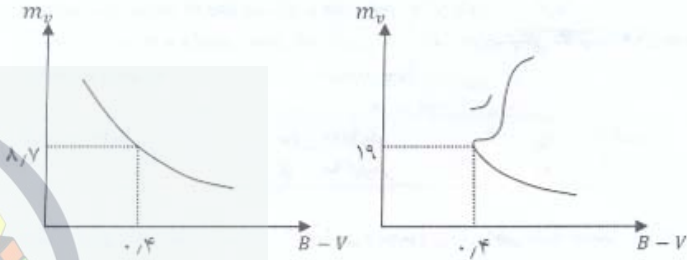
۷. تصویری که مشاهده می‌کنید نشان دهنده‌ی بخشی از آسمان است که محلت تابستانی در آن قرار گرفته است. در این تصویر صورت‌های فلکی به شکلی که تمدن‌های قدیمی کره‌ای می‌شناختند، مشخص شده‌است. ستاره‌ی دنب در کدام صورت فلکی کره‌ای قرار دارد؟



- (الف) اصطلیل آسمان (ب) طبل رودخانه (ج) کنگره آسمان (د) باقنده (ه) جئاد

۱۳. نمودار قدر ظاهری-رنگ برای دو خوشه‌ی ستاره‌ای مطابق شکل‌های زیر به‌دست آمده است. کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد نوع و فاصله‌ی خوشه‌ها تا زمین درست است؟

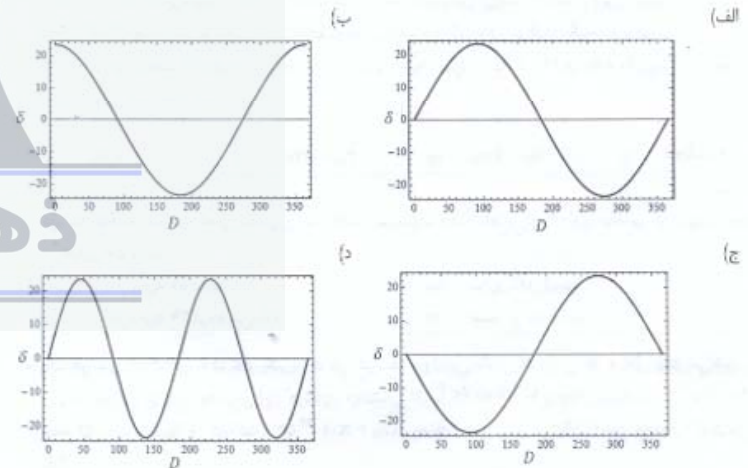
(۱-۲)



- (الف) خوشه‌ی ۱ باز، خوشه‌ی ۲ کروی و خوشه‌ی ۲ به زمین نزدیکتر است.
- (ب) خوشه‌ی ۱ کروی، خوشه‌ی ۲ باز و خوشه‌ی ۲ به زمین نزدیکتر است.
- (ج) خوشه‌ی ۱ باز، خوشه‌ی ۲ کروی و خوشه‌ی ۱ به زمین نزدیکتر است.
- (د) خوشه‌ی ۱ کروی، خوشه‌ی ۲ باز و خوشه‌ی ۱ به زمین نزدیکتر است.

۱۴. کدام یک از نمودارهای زیر نمایانگر میل خورشید (δ) بر حسب روزهای سیری شده از آغاز سال شمسی (D) است؟

(۱-۲)



۸. ابوریحان بیرونی در انتهای کتاب «أسطرلاب» فصلی در خصوص محاسبه‌ی محیط زمین دارد. او در این فصل روشی را معرفی می‌کند که در آن با استفاده از میزان افت افق (مقدار پایین آمدن افق نسبت به حالت عادی) می‌توان شعاع زمین را محاسبه کرد. او پس از معرفی این روش از بلندترین کوهی که بر روی زمین قرار دارد نام می‌برد و می‌گوید: «محاسبه نشان می‌دهد که مقدار افت افق بر قله‌ی کوهی به این بلندی، باید تقریباً سه درجه باشد و در مسائلی از این دست، باید به تجربه و امتحان متوسل شد و کامیابی جز از جانب خداوند توانای دانا نیست.» با توجه به این گفته‌ی ابوریحان، او ارتفاع بلندترین کوه را چقدر تصور می‌کرده است؟

(۱-۵)

- (الف) ۳۰۰۰ متر (ب) ۹۰۰۰ متر (ج) ۲۰ کیلومتر (د) ۵۰ کیلومتر
- (ه) ۹۰ کیلومتر (و) ۳۰۰ کیلومتر

مجموع زوایای داخلی مثلث تابستانی $3/27$ رادیان و مجموع زوایای داخلی مثلث زمستانی $3/23$ رادیان است. با فرض اینکه ستاره‌ها به صورت همگن توزیع شده باشند، نسبت تعداد ستاره‌های درون مثلث تابستانی به ستاره‌های درون مثلث زمستانی چقدر است؟

(۱-۶)

- (الف) $1/4$ (ب) $0/7$ (ج) $1/0/1$ (د) $0/99$ (ه) $1/2$

۱۰. اتحنای زمین ارسال امواج رادیویی را بین آنتن‌های زمینی در فواصل طولانی محدود می‌کند. برای ارسال امواج رادیویی به فواصل طولانی‌تر، از یکی از لایه‌های جو به نام یون‌سپهر استفاده می‌شود. بدین ترتیب که آنتن فرستنده، امواج رادیویی را به سوی یون‌سپهر ارسال می‌کند. این امواج پس از برخورد به یون‌سپهر به سمت زمین بازتاب می‌شوند و به آنتن گیرنده می‌رسند. با فرض آن که بازتاب از یون‌سپهر به صورت منظم باشد و فقط از یک بار بازتاب استفاده کنیم، بیش‌ترین فاصله‌ی دو آنتن گیرنده و فرستنده در روی زمین چه قدر می‌تواند باشد؟ (ارتفاع لایه‌ی بازتاب کننده یون‌سپهر را 110 km در نظر بگیرید و از ارتفاع آنتن‌های رادیویی صرف‌نظر کنید).

(۱-۲)

- (الف) 1300 km (ب) 3500 km (ج) 1700 km (د) 2400 km

۱۱. خورشید هنگام غروب کمی بیضی‌وار مشاهده می‌شود. جهت قطر بزرگ این بیضی در شهری با عرض جغرافیایی 51 درجه ...

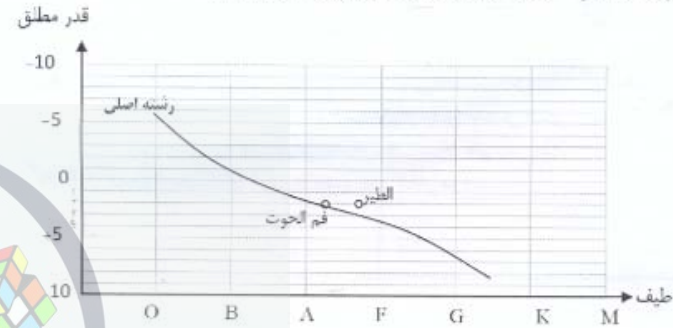
- (الف) با افق زاویه 51 درجه دارد.
- (ب) موازی افق است.
- (ج) با افق زاویه 39 درجه می‌سازد.
- (د) عمود بر افق است.

۱۲. یک خوشه‌ی کهکشانی را در نظر بگیرید. فرض کنید هر کهکشان مانند یک ذره‌ی گاز ایده‌آل رفتار می‌کند. میانگین سرعت تصادفی کهکشان‌ها درون این خوشه‌ی کهکشانی تقریباً 100 km/s و چگالی تعدادشان $0/0029 \text{ Mpc}^{-3}$ است. اگر جرم متوسط هر کهکشان $3 \times 10^{11} \text{ } g$ باشد، چه فشار تقریبی را می‌توان به این خوشه‌ی کهکشانی نسبت داد؟

(۱-۲)

- (الف) 10^{-22} Pa (ب) $3 \times 10^{-17} \text{ Pa}$ (ج) $7 \times 10^6 \text{ Pa}$ (د) $9 \times 10^{-20} \text{ Pa}$
- (ه) $9 \times 10^7 \text{ Pa}$

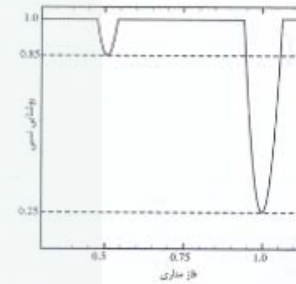
۱۸. قدر ظاهری برای ستاره‌ی فم‌الجوت ۱٫۲ ثبت شده است. چنانچه فم‌الجوت دورتر از ستاره‌ی الطیر باشد، با توجه به نمودار قدر مطلق - رنگ داده شده، قدر ظاهری ستاره‌ی الطیر کدام است؟



(۶-۲)

- (الف) ۰٫۷ (ب) ۱٫۵ (ج) ۱٫۲ (د) ۲٫۷

۱۹. نمودار زیر منحنی نوری یک دوتایی گرفتی را نشان می‌دهد. اگر ستاره‌ای که در کمینته‌ی اولیه پوشانده می‌شود، یک ستاره‌ی خورشیدگون باشد، دمای سطحی ستاره‌ی دیگر چه خواهد بود؟ (وقتی منظومه‌ی دوتایی کم‌ترین میران روشنائی را داراست می‌گوییم در کمینته‌ی اولیه قرار دارد)



(۶-۲)

- (الف) ۸۱۰۰ K (ب) ۷۵۰۰ K (ج) ۶۲۰۰ K (د) ۴۴۰۰ K (ه) ۳۹۰۰ K

۱۵. کدام یک از گزاره‌های زیر درست نیست؟

- (الف) در مدل استاندارد کیهان‌شناسی، کیهان در مقیاس‌های بزرگ (بزرگ‌تر از ۱۰۰ مگا پارسک) همگن و همسان‌گرد است.
 (ب) طیف تابش زمینه‌ی کیهانی از طیف پلانک تبعیت می‌کند.
 (ج) رصدها نشان می‌دهند که کم‌تر از ۵۰ درصد عالم از ماده‌ی درخشان تشکیل شده است.
 (د) رصد ابرنواخترهای نوع Ia نشان می‌دهد که شتاب انبساط عالم منفی است.
 (ه) در انبساط کیهانی، دمای کیهان با گذشت زمان کاهش می‌یابد.

(۱-۴)

۱۶. تصویر زیر بخشی از ستاره‌های آسمان را نشان می‌دهد که نام یکی از ستاره‌ها در آن مشخص شده است.



(۱-۲)

- (الف) دب اکبر (ب) اکلیل شمالی (ج) سنبله

۱۷. بر اساس قانون انبساط هابل، سرعت نسبی دور شدن دو جسم که به فاصله R از یکدیگر قرار گرفته‌اند در زمان حال به صورت $v = H_0 R$ است. با توجه به تعریف $t_H \equiv H_0^{-1}$ کدام گزینه نادرست است؟

- (الف) سن کیهانی که همیشه با شتاب منفی منبسط شود از t_H کوچکتر است.
 (ب) سن کیهانی که همیشه با شتاب مثبت منبسط شود از t_H بزرگتر است.
 (ج) اگر شتاب انبساط کیهان صفر باشد، در آن صورت سن عالم برابر با t_H است.
 (د) سن کنونی کیهان ما دقیقاً برابر با t_H است.

(۱-۳)

ذهن زیبا

۲۲. با یک دوربین عکاسی، تصویر زیر را از رد ستاره‌ها در افق شرقی تهیه کرده‌ایم. برای گرفتن این عکس شاتر دوربین را برای مدتی باز نگاه داشته‌ایم تا مسیر حرکت ستاره‌ها نمایان شود. این عکس در چه عرض جغرافیایی گرفته شده است؟



- (الف) $35^{\circ} S$ (ب) $55^{\circ} S$ (ج) $65^{\circ} S$ (د) $65^{\circ} N$
(ا) $55^{\circ} N$ (م) $35^{\circ} N$

۲۳. بردار کشیده شده در شکل، بردار سرعت یک جسم کوچک در منظومه‌ی شمسی را نسبت به خورشید در یک لحظه نشان می‌دهد. شکل مدار این جسم کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟



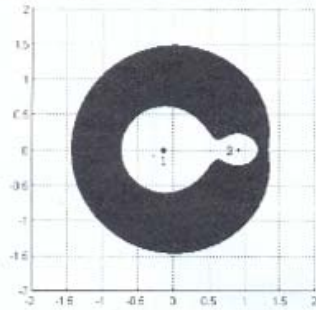
- (الف) (ب) (ج) (د)
(ا) (م)

۲۰. یک سیستم دوتایی متشکل از دو ستاره‌ی ۱ و ۲ در یک صفحه، مطابق شکل قرار دارند. یک سیاره‌ی کوچک در فضای میان دو ستاره قرار دارد و در صفحه‌ی مداری دو ستاره حرکت می‌کند. حرکت سیاره به گونه‌ای است که:

(۳-۱)

$$v^2 = f(x, y)$$

که v سرعت جسم و تابعی از مکان است. در شکل داده شده، مقدار تابع f در نواحی سفید، مثبت و در نواحی تاریک، منفی است. کدام گزینه در مورد حرکت سیاره امکان پذیر نیست؟



- (الف) بسته به مقدار انرژی سیاره، سیاره گاهی به دور ستاره‌ی ۱ و گاهی به دور ستاره‌ی ۲ می‌گردد.
(ب) سیاره همیشه به دور ستاره‌ی ۱ می‌گردد.
(ج) سیاره همیشه به دور ستاره‌ی ۲ می‌گردد.
(د) سیاره از این منظومه‌ی دوتایی فرار می‌کند.

۲۱. در هزار سال گذشته، بسیاری از متجمن اسلامی نتایج رصد‌های خود را در قالب «زیج» منتشر کرده‌اند. محتوای زیج‌ها عموماً جدول‌های خسوف و کسوف، مقدار عددی توابع نجومی، تعدیل زمان، عرض‌های جغرافیایی، محاسبه‌ی سرعت میانگین خورشید و سیارات و ... بوده است. از مهم‌ترین زیج‌های دوره‌ی اسلامی می‌توان به زیج بتانی، زیج جامع از کوشیارگیلانی، زیج ایلخانی از خواجه نصیرالدین طوسی و زیج خاقانی از غیاث الدین جمشید کاشانی اشاره کرد. برای نمونه، عبدالرحمان خازنی در بخشی از زیج سنجر (قرن ششم) سرعت زاویه‌ای میانگین خورشید در کره‌ی آسمان را بر حسب درجه بر روز، در دستگاه شصت‌گانی به صورت زیر گزارش کرده است:

(۴-۱)

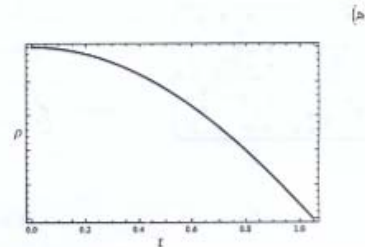
$$40 : 39 : 04 : 53 : 33 : 20 : 08 : 59 : 00$$

۱۶۰

با توجه به این مقدار، سال اعتدالی چقدر است؟

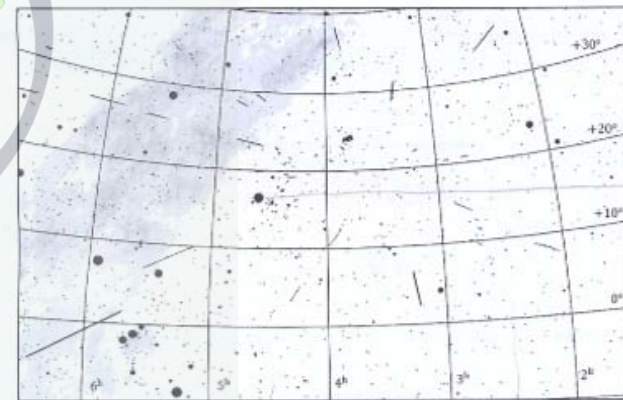
- (الف) ۳۶۵ روز و ۵ ساعت و ۵۰ دقیقه (ب) ۳۶۵ روز و ۶ ساعت و ۱۰ دقیقه
(ج) ۳۶۴ روز و ۹ ساعت و ۲۰ دقیقه (د) ۳۶۴ روز و ۲۲ ساعت و ۱۰ دقیقه
(ا) ۳۵۴ روز و ۶ ساعت و ۳۰ دقیقه

ذهن زیبا

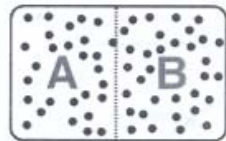


(ه)

۲۷. روی نقشه‌ای که ملاحظه می‌کنید، ردهای مربوط به یک بارش شهابی رسم شده‌اند. این نقشه بوسیله‌ی خطوط هم بُعد و هم میل درجه بندی شده و بُعد و میل مربوط به هر یک از این خطوط بر روی آن نوشته شده است. بُعد و میل تقریبی کانون بارش کدام است؟



- (الف) $\delta = -20^\circ$ و $\alpha = 2^h 3^m$
- (ب) $\delta = +15^\circ$ و $\alpha = 3^h 3^m$
- (ج) $\delta = +20^\circ$ و $\alpha = 3^h 3^m$
- (د) $\delta = +25^\circ$ و $\alpha = 3^h 3^m$



۲۴. ظرف شکل روبه‌رو از دو قسمت مساوی فرغی A و B تشکیل شده است. که دارای حجم برابر هستند. ذره در این ظرف قرار دارند و به طور تصادفی حرکت می‌کنند. در طول یک سال، مدت زمانی که همه‌ی ذرات فقط در قسمت A هستند و قسمت B کاملاً خالی است، به کدام عدد نزدیکتر است؟

- (الف) 10^{-23} ثانیه
- (ب) 10^{-18} ثانیه
- (ج) 10^{-10} ثانیه
- (د) 10^{-7} ثانیه
- (ه) ۱ ثانیه

۲۵. دو دنباله‌دار در مدارهای باز در منظومه‌ی شمسی در گردش هستند. مدار دنباله‌دار اول سهمی شکل و مدار دنباله‌دار دوم هذلولی شکل است. زمانی که دو دنباله‌دار در فاصله‌ی برابر از خورشید قرار گرفته‌اند، سرعت دنباله‌دار اول 40 km/s و سرعت دنباله‌دار دوم 50 km/s نسبت به خورشید است. هنگامی که دنباله‌دار دوم در فاصله‌ی بی‌نهایت از خورشید قرار می‌گیرد (از گرانش خورشید خارج می‌شود)، سرعت آن چند کیلومتر بر ثانیه خواهد بود؟

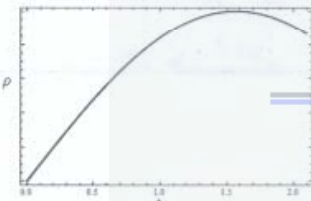
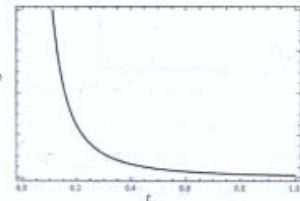
- (الف) ۴۰
- (ب) ۳۰
- (ج) ۲۱
- (د) ۶۴
- (ه) ۱۰

۲۶. اگر در دوره‌ای از تحول کیهان، عالم عمدتاً از ماده‌ی غیر نسبیتی تشکیل شده باشد، نمودار چگالی عالم با زمان، کدام گزینه است؟ فرض کنید ضریب مقیاس α ، که معیاری از شعاع عالم است، در آن دوران، با زمان رابطه زیر را دارد:

$$\alpha \propto t^{\frac{1}{2}}$$

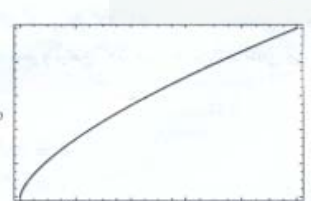
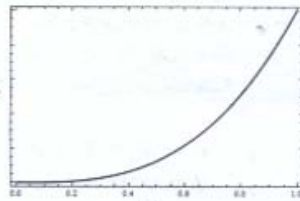
(ب)

(الف)



(د)

(ج)



ذهن زیبا

۲۸. طول و عرض جغرافیایی مکه‌ی مکرمه به ترتیب $39^\circ 54' E$ و $21^\circ 27' N$ است. در لحظه‌ای که خورشید دقیقاً در سمت الراس مکه قرار دارد، ناظری خورشید را با سمت صفر و ارتفاع 10° مشاهده می‌کند. مکان این ناظر، کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟

- (الف) $\phi = 78^\circ 33' N$ و $l = 140^\circ 06' W$
- (ب) $\phi = 78^\circ 33' N$ و $l = 50^\circ 06' W$
- (ج) $\phi = 68^\circ 33' S$ و $l = 39^\circ 54' E$
- (د) $\phi = 68^\circ 33' S$ و $l = 119^\circ 54' E$
- (ه) این پدیده امکان پذیر نیست.

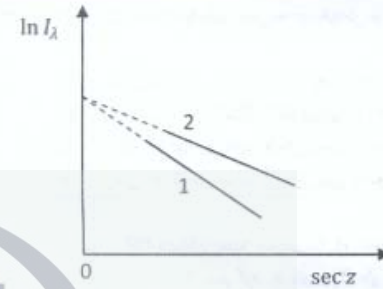
(۳-۱)

(۲-۱)

(۲-۱)

(۲-۱)

۳۳. فاصله Z که $\log L$ با شتاب روشنایی بر حسب سمت الیاسی است، برای ستاره‌ی ۱ توسط ناظر ۱ ثبت شده است. همین داده‌ها برای ستاره‌ی ۲ توسط ناظر ۲ در مکان دیگری نیز ثبت شده و منحی‌های آنها در نمودار زیر داده شده است. کدامیک از گزینه‌های زیر درست است؟



- الف) ضریب جذب در جو زمین برای ناظر ۱ کوچکتر از ضریب جذب در جو برای ناظر ۲ است.
- ب) روشتابی ستاره‌ها در جو ناظر ۱ کمتر از جو ناظر ۲ تضعیف می‌شود.
- ج) روشتابی هر دو ستاره، خارج از جو برابر است.
- د) ارتفاع ستاره‌ی ۲ بیشتر از ارتفاع ستاره‌ی ۱ است.

۳۴. منبع اصلی تولید انرژی در ستاره‌ها واکنش‌های هسته‌ای است. در مرکز ستاره‌ها واکنش‌های هسته‌ای در چرخه‌های متفاوت روی می‌دهند به گونه‌ای که هر چرخه آهنگ تولید انرژی مشخصی دارد. دو نمونه از چرخه‌ی واکنش‌های هسته‌ای چرخه‌ی پروتون-پروتون (PP) و چرخه‌ی کربن-نیتروژن-کسیژن (CNO) است. آهنگ تولید انرژی در چرخه‌ی PP برابر با αT^n و در چرخه‌ی CNO برابر با βT^m است. که در آن T دمای مرکز ستاره و α, β, m, n نوابشی مثبت هستند. اگر $\alpha > \beta$ و $m > n$ کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- الف) در تمامی دماها آهنگ تولید انرژی در چرخه‌ی PP غالب است.
- ب) در تمامی دماها آهنگ تولید انرژی در چرخه‌ی CNO غالب است.
- ج) ابتدا آهنگ تولید انرژی در چرخه‌ی PP غالب است و سپس با افزایش دما آهنگ تولید انرژی در چرخه‌ی CNO غالب می‌شود.
- د) ابتدا آهنگ تولید انرژی در چرخه‌ی CNO غالب است و سپس با افزایش دما آهنگ تولید انرژی در چرخه‌ی PP غالب می‌شود.

۳۵. کاوشگری در فضای خارج از منظومه‌ی شمسی در حرکت است. این کاوشگر به یک جسم ناشناخته نزدیک می‌شود و تحت تأثیر میدان گرانشی آن قرار می‌گیرد. در یک لحظه، دستگاه‌های پینجش کاوشگر، سرعت و شتاب کاوشگر را نسبت به جسم ناشناخته چنین ثبت می‌کنند:

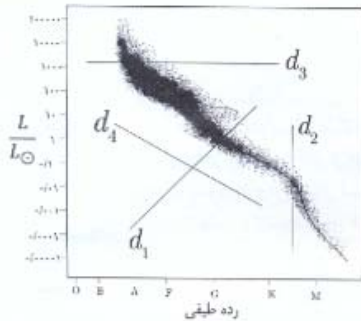
$$v = 3978 \text{ m/s} \quad a = 1,331 \text{ m/s}^2$$

اگر مسیر حرکت کاوشگر به دور جسم ناشناخته سهمی شکل باشد، جرم جسم ناشناخته چقدر است؟

- الف) $6 \times 10^{24} \text{ kg}$
- ب) $4 \times 10^{22} \text{ kg}$
- ج) $3 \times 10^{20} \text{ kg}$
- د) $4 \times 10^{23} \text{ kg}$
- ه) $7 \times 10^{23} \text{ kg}$

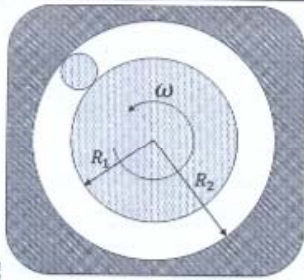
۲۹. تا چه زمانی سرعت چرخش زمین به دور خودش بر اثر نیروی جزر و مدی ماه کاهش پیدا خواهد کرد؟

- الف) زمانی که دوره‌ی تناوب چرخش زمین به دور خودش برابر با ۲۹ روز شود.
- ب) بر اساس قانون پایستگی تکانه‌ی زاویه‌ای، دوره تناوب چرخش زمین تغییر نخواهد کرد.
- ج) زمانی که دوره‌ی تناوب چرخش زمین به دور خودش با دوره‌ی تناوب چرخش ماه به دور زمین یکی شود.
- د) زمانی که دوره‌ی تناوب چرخش زمین به دور خودش برابر با $27\frac{2}{3}$ روز شود.



۳۰. دو نمودار HR می‌توان دسته خطوطی با نام خطوط هم‌شعاع (شعاع ثابت) رسم کرد. به طوری که هر دو ستاره که روی یک خط هم‌شعاع باشند (مستقل از مکان‌شان در نمودار HR) شعاع یکسانی خواهند داشت. در نمودار HR زیر، کدام یک از خطوط رسم شده می‌تواند یک خط هم‌شعاع باشد؟

- الف) d_1
- ب) d_2
- ج) d_3
- د) d_4



۳۱. یک غلتک در فضای میان دو استوانه‌ی هم مرکز به شعاع‌های R_1 و R_2 مطابق شکل قرار گرفته است. استوانه‌ی خارجی ثابت است و استوانه‌ی داخلی با سرعت زاویه‌ای ω در جهت نشان داده شده گردش می‌کند. حرکت غلتک روی دو استوانه، غلتش کامل و بدون لغزش است. اگر غلتک به ازای هر ۴ دور چرخش به دور خود، یک بار دور مرکز استوانه‌ها بچرخد، در این صورت نسبت شعاع استوانه‌ی خارجی به استوانه‌ی داخلی چقدر است؟

- الف) $\frac{2}{3}$
- ب) $\frac{3}{4}$
- ج) $\frac{4}{3}$
- د) $\frac{5}{3}$
- ه) $\frac{4}{3}$

۳۲. مثلث کروی ABC را به گونه‌ای در نظر بگیرید که $\hat{A} = \frac{\pi}{4}$ ، $\hat{B} = \frac{\pi}{4}$ و $AB = \theta$ و $AC = \theta$. در کدام یک از حالات زیر مثلث ABC حتماً به صورت یکتا مشخص می‌شود؟

- الف) $\theta < \frac{\pi}{6}$
- ب) $\frac{\pi}{5} < \theta \leq \frac{2\pi}{5}$
- ج) $\frac{\pi}{6} < \theta \leq \frac{\pi}{4}$
- د) $\frac{\pi}{4} \leq \theta < \frac{\pi}{3}$
- ه) $\frac{\pi}{5} \leq \theta < \frac{\pi}{4}$

صفحه‌ی شماره‌ی ۱۴

کد برگه‌ی سوال: دو

۳۶. کدام گزینه، توصیف درستی از مجموعه نقاطی در صفحه است که در معادله زیر صدق می‌کنند:

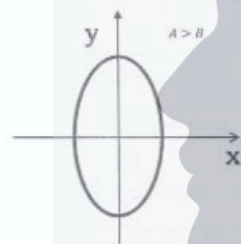
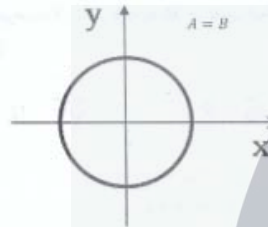
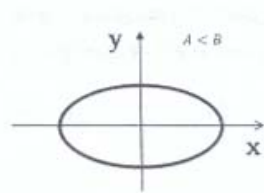
$$Ax^2 + By^2 = C$$

A, B و C اعداد حقیقی مثبت هستند.

(۲, -۱)

(ب)

(الف)



(د) هر سه گزینه درست هستند.

(ج)

(۲, -۱)

(د) $\sqrt{5}$

(ج) $\sqrt[3]{7}$

(ب) $\sqrt{10}$

(الف) $\sqrt{5}$

صفحه‌ی شماره‌ی ۱۵

کد برگه‌ی سوال: دو

۳۸. یا فرض آن که عنصر هلیوم تنها در ستاره‌ها تولید می‌شود، میزان جرم هلیوم تولید شده در یک ثانیه بر حسب کیلوگرم، در کل کیهان به کدام عدد نزدیک‌تر است؟

(د) $۱۰^{۵۰}$

(ج) $۱۰^{۲۵}$

(ب) $۱۰^{۳۰}$

(الف) $۱۰^{۳۵}$

۳۹. یک فواره که شعاع دهانه‌ی آن ۲ سانتی‌متر است، آب را با سرعت ۱۰ متر بر ثانیه به بالا می‌پاشد. شعاع مقطع آب در ارتفاع ۱٫۸ متری چند سانتی‌متر است؟ ($g = ۱۰ \text{ m/s}^2$)

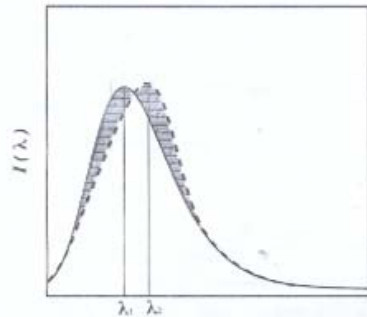
(د) $\sqrt{5}$

(ج) $\sqrt[3]{7}$

(ب) $\sqrt{10}$

(الف) $\sqrt{5}$

۳۷. در نمودار داده شده، منحنی پیوسته، طیف تابشی یک جسم سیاه با دمای T و منحنی خط چین، طیف تابشی یک ستاره را نشان می‌دهد. سطح هاشورزده‌ی بالای منحنی پیوسته با سطح هاشورزده‌ی پایین آن برابر است. کدامیک از گزینه‌های زیر درست است؟



(الف) شار تابشی کل جسم سیاه از شار تابشی کل ستاره کمتر است.

(ب) دمای مؤثر ستاره با دمای جسم سیاه برابر است.

(ج) دمای این جسم سیاه، از دمای جسم سیاهی که طول موج بیشینه شدت تابش آن λ_1 است، کمتر است.

(د) دمای مؤثر ستاره از دمای جسم سیاه بیشتر است.

(ه) فرکانسی که در آن شدت تابش جسم سیاه بیشینه است، کمتر از فرکانس متناظر برای ستاره است.

ذهن زیبا

مسئله‌های کوتاه

پیش از شروع به حل مسئله‌های کوتاه، توضیحات زیر را با دقت بخوانید. در این مسئله‌ها باید پاسخ را برحسب واحدهای مورد نظر (متر، کیلوپارسک، ثانیه‌ی قوسی و غیره) که در صورت مسئله خواسته شده، با دو رقم بدست آورید؛ سپس خانه‌های مربوط به رقم‌های این عدد را در پاسخنامه سیاه کنید. توجه داشته باشید که رقم یکان عدد در ستون یکان و رقم دهگان در ستون دهگان علامت زده شود.

مثال: فرض کنید سرعت یک دنباله دار برحسب کیلومتر بر ثانیه خواسته شده است و شما مقدار آن را $11\frac{1}{2} \frac{km}{s}$ محاسبه می‌کنید ابتدا باید این عدد را به نزدیک‌ترین عدد صحیح گرد کنید تا ۱۱ بدست آید سپس مطابق شکل زیر آن را در پاسخنامه وارد کنید:

یکان	دهگان
○	○
●	●
○	○
○	○
○	○
○	○
○	○
○	○
○	○
○	○

نویسندگی و نجومی در ابتدای برگه‌ی سوالات داده شده است. در حل مسئله‌ها فقط از این نوایات استفاده کنید. اعداد باید تنها یک بار و آن هم در انتهای حل هر مسئله گرد شوند.

اگر مرتبه‌ی بزرگی جواب از شما خواسته شده بود، پس از محاسبه‌ی پاسخ، ابتدا آن را به شکل نماد علمی یعنی $a \times 10^b$ در آورید و b را در پاسخنامه وارد کنید. دقت کنید که در این حالت $1 \leq a < 10$ و b مرتبه‌ی بزرگی است. مثلاً یک واحد نجومی یعنی $1.5 \times 10^{11} m$ را در نظر بگیرید. مرتبه‌ی بزرگی این عدد ۱۱ است.

هر مسئله ۱۲ نمره دارد، پاسخ نادرست در این بخش نمره‌ی منفی ندارد.

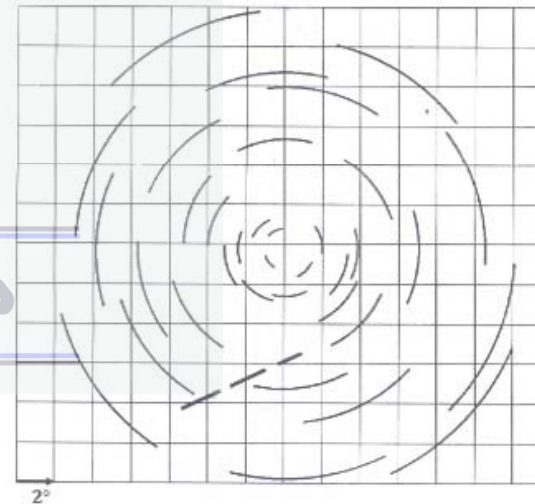
۱. ZHR (نرخ سرسویی بارش شهابی) از رابطه‌ی زیر قابل محاسبه است:

$$ZHR = \frac{N \times r^{6.5-m_0}}{T_{eff} \times (1-C) \times \sin \theta}$$

در رابطه‌ی بالا N تعداد شهاب‌های ثبت شده در یک بازه‌ی زمانی، m_0 قدر حدی، T_{eff} زمان مفید ثبت در بازه‌ی زمانی (برحسب ساعت)، C نسبت پوشیدگی آسمان، θ ارتفاع کانون بارش و r شاخص پراکندگی جمعیت است.

ناظری در شهر بلخ $\phi = 36^{\circ}45'N$ و $l = 66^{\circ}54'E$ در حالی که قدر حدی‌اش $6/5$ و زمان نجومی محلی (LST) برابر با 11^h25^m است، اقدام به ثبت بارش شهابی اسدی می‌کند. او در مدت ۱۱ دقیقه، ۱۳ شهاب از این بارش را مشاهده می‌کند. با توجه به اینکه آسمان بالای افق این شخص کاملاً باز است، ZHR را محاسبه کنید؟ (بعد و میل کانون این بارش را به ترتیب 1.0^h12^m و $22^{\circ}30'$ در نظر بگیرید).

۲. در شکل زیر عکسی را می‌بینید که از یک شهاب سنگ در حال عبور از آسمان گرفته شده است. طرز گرفتن این عکس بدین شکل است که یک پره در مقابل دوربین عکاسی با فرکانس ۱۸۰ دور در دقیقه می‌چرخد. توجه کنید که پره به طور کامل دهانه‌ی دوربین را می‌پوشاند. در نتیجه بر روی رد شهاب سنگ قطع شدگی‌هایی مشاهده می‌کنید. حال اگر فاصله شهاب سنگ از ما ۱۰۰ کیلومتر باشد، با توجه به داده‌های موجود در تصویر، سرعت مماسی شهاب سنگ تقریباً چند کیلومتر بر ثانیه است؟

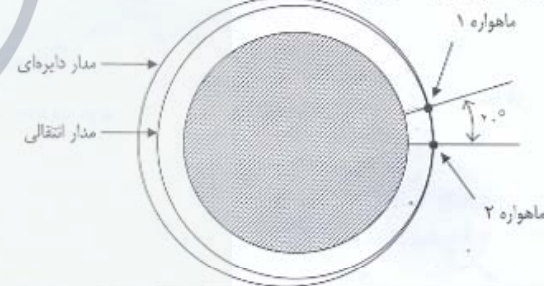


ذهن زیبا

Handwritten notes in Persian script, including the number '11' and some illegible text.

۶. در جهان در حال انبساط به علت محدود بودن سرعت نور، ما قادر به مشاهده‌ی فاصله‌ی محدودی از کیهان هستیم که به این فاصله «افق هابل» می‌گویند. با توجه به این مساله و دانستن این که مقدار چگالی انرژی تابش در زمان فعلی $\rho_r = 0.76 \text{ MeV/m}^3$ است. با استفاده از اصل هم انرژی جرم - انرژی اینشتین مقدار ماده‌ی مورد نیاز بر حسب کیلوگرم برای تولید این انرژی تابشی را در کره‌ای به شعاع افق هابل حساب کنید. (در پاسخ‌نامه، فقط مرتبه‌ی بزرگی جواب را وارد کنید)

۷. ماهواره ۱ ماهواره‌ای مخابراتی و ماهواره ۲، ماهواره‌ی حاصل ریبات تعمیرکار، هر دو در مدارهای دایره‌ای و هم صفحه، مطابق شکل به صورت هم جهت به دور زمین گردش می‌کنند. جهت چرخش هر دو ماهواره در شکل زیر، پاد ساعتگرد و ارتفاع دو ماهواره از سطح زمین، ۶۰۰ کیلومتر است. اختلاف زاویه دو ماهواره در حالت اولیه، ۲۰ درجه، مطابق شکل است. ماهواره‌ی ۲ لازم است خود را به ماهواره‌ی ۱، جهت انجام تعمیرات، برساند. بنابراین ماهواره‌ی ۲ با کم کردن سرعت خود، در یک مدار انتقالی بیضوی قرار می‌گیرد که لوج آن روی مدار دایره‌ی خود قرار ندارد (مطابق شکل) و بعد از یک تناوب در مدار انتقالی، به ماهواره ۱ وصل می‌شود. کمترین ارتفاع ماهواره‌ی ۲ در مدار انتقال خود از سطح زمین چند کیلومتر است؟



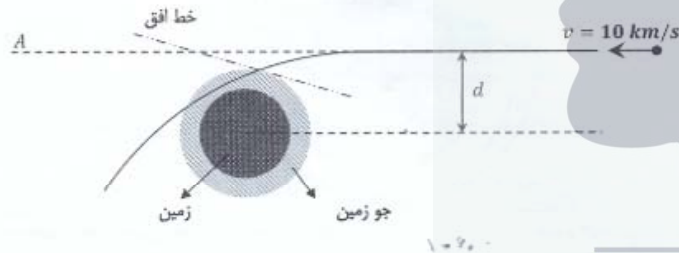
۸. محمّد بن نجیب بکران جغرافی‌دانی است که اولین نقشه‌ی جغرافیایی مبتنی بر طول و عرض جغرافیایی را رسم کرده است. او پس از پایان ترسیم این نقشه بر روی پارچه‌ای بزرگ (۶۰۵ د.ق.)، کتابی کم حجم به نام «جهان نامه» برای بیان و تسهیل شناخت نقشه نوشت. در بخشی از «جهان نامه» فاصله‌ی شهرهای مختلف از هم برحسب فرسنگ آمده است. به عنوان مثال فاصله‌ی بغداد تا ری ۱۶۵ فرسنگ ذکر شده است. در جدول زیر طول و عرض جغرافیایی بغداد و ری را ملاحظه می‌کنید.

عرض جغرافیایی	طول جغرافیایی	
۳۳°	۷۵°	بغداد
۳۵°	۸۵°	ری

اطلاعات جدول بالا از زیج جامع نوشته‌ی کوشیار گیلانی نقل شده است که مبداء طول جغرافیایی آن جزایر خالدات (در غربی ترین قسمت آفریقا) است. با توجه به این اطلاعات، ۱۰ فرسنگ چند کیلومتر است؟

۳. فرایند بی دررو برای گاز کامل فرایندی است که $PV^{\frac{5}{3}}$ در طول آن ثابت می‌ماند که P فشار گاز کامل و V حجم آن است. فرض کنید یک پوسته از آهن در حالت گاز کامل به صورت بی دررو و کروی از شعاع اولیه 1.0^5 km به شعاع نهایی R می‌رسد. دمای اولیه پوسته $5 \times 10^6 \text{ K}$ است. همچنین می‌دانیم دمای لازم برای فروپاشی هسته‌ی آهن به هسته‌ی هلیوم $5 \times 10^{12} \text{ K}$ است. برای اینکه این فروپاشی انجام بگیرد، شعاع پوسته‌ی آهن باید حداقل بر اثر رمبش چند درصد نسبت به شعاع اولیه کاهش یافته باشد؟ (مقدار درصد را بدون علامت درصد وارد پاسخ‌نامه کنید)

۴. شهاب سنگی از فاصله‌ی بی‌نهایت دور مانند شکل زیر به سمت زمین حرکت می‌کند. سرعت آن در بی‌نهایت برابر با 10 km/s کیلومتر بر ثانیه است. امتداد بردار سرعت جسم در بی‌نهایت با خط‌چین A نشان داده شده است. فاصله‌ی عمودی این خط از مرکز زمین (d) برابر با 9000 km کیلومتر است. زاویه‌ای که شهاب سنگ در هنگام ورود به جو با خط افق می‌سازد، چند درجه است؟ (جو زمین را کره‌ای با شعاع 6700 km کیلومتر در نظر بگیرید؛ خط افق نیز در هر نقطه بنا به تعریف، خطی عمود بر بردار شعاعی واقع در صفحه‌ی مداری است.)



۵. سیاهچاله‌ها واقعاً سیاه نیستند. در نتیجه‌ی اثرات کوانتومی، سیاهچاله‌ها تابشی دارند که تابش هاوکینگ نامیده می‌شود. می‌توان به این تابش یک دما نسبت داد که برای سیاهچاله‌های غیر چرخان از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید.

$$T = \frac{hc^3}{8\pi^2 kGM}$$

که در آن M جرم سیاهچاله، h ثابت پلانک، c سرعت نور، k ثابت بولتزمن، G ثابت جهانی گرانش است. در نتیجه‌ی این تابش، سیاهچاله جرم خود را از دست می‌دهند و اصطلاحاً تبخیر می‌شوند. همچنین می‌دانیم که تابش زمینه‌ی کیهانی (CMB) تمام فضا را پر کرده است. سیاهچاله‌ها می‌توانند از این تابش تغذیه کنند و بدین ترتیب بر جرم خود بیافزایند. تابش زمینه‌ی کیهانی از توزیع طیف جسم سیاه یا طول موج بیشینه‌ی تابش $\lambda_{max} = 1.06 \text{ mm}$ تبعیت می‌کند. جرم سیاهچاله بر حسب کیلوگرم چقدر باشد تا در اثر دو عامل ذکر شده، در طول زمان ثابت بماند؟ (در پاسخ‌نامه تنها مرتبه‌ی بزرگی جواب را وارد کنید)

ذهن زیبا