

سؤالات و پاسخ‌های تشریحی
مرحله اول دومین المپیاد نجوم کشور

۱) مشاهدات نشان می‌دهد که نسبت فاصله‌ی قمر کالیستو از سیاره‌ی مشتری به شعاع این سیاره ۲۶٫۳ است. اگر دوره‌ی تناوب مداری کالیستو ۱۶٫۶۸ شبانه‌روز باشد، چگالی متوسط سیاره‌ی مشتری چقدر است؟

- الف) $۹٫۳۶ \times ۱۰^{۱۲} \text{ kgm}^{-۳}$ ب) $۱٫۰۵ \times ۱۰^۳ \text{ kgm}^{-۳}$
ج) $۱٫۲۴ \times ۱۰^۳ \text{ kgm}^{-۳}$ د) $۱٫۰۰ \times ۱۰^۳ \text{ kgm}^{-۳}$
ه) $۷٫۴۶ \times ۱۰^{۱۲} \text{ kgm}^{-۳}$ و) اطلاعات مسئله کافی نیست

گزینه ج صحیح است.
طبق فرم گرانشی قانون سوم کپلر:

و همچنین:

$$M = V \cdot \rho = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$$

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{GM} r^3$$

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{G(\frac{4}{3} \pi R^3 \rho)} r^3 \Rightarrow P^2 = \frac{4\pi^2}{G(\frac{4}{3} \pi \rho)} \left(\frac{r}{R}\right)^3$$

$$\Rightarrow \rho = 3\pi \left(\frac{r}{R}\right)^3 \frac{1}{GP^2} \quad \text{و} \quad \frac{r}{R} = 26.3$$

$$\rho = \frac{3 \times 3.14 \times (26.3)^3}{6.67 \times 10^{-11} \times (16.68 \times 86400)^2} \Rightarrow \rho = 1.24 \times 10^3 \text{ Kgm}^{-3}$$

ذهن زیبا

۲) حداکثر سرعت به دست آمده از طریق بررسی پهنای خطوط طیفی کهکشان‌ی دور دست، $۶۰۰ \text{ kms}^{-۱}$ است. اگر فرض کنیم این کهکشان از لبه دیده می‌شود و قطرش در حدود ۱۰۰ kpc است، نسبت جرم کهکشان به جرم خورشید به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟

- الف) $۱۰^{۱۰}$ ب) $۱۰^{۱۲}$ ج) $۱۰^{۱۳}$ د) $۱۰^{۱۴}$

گزینه ب صحیح است.

$M_{\text{Sun}} \approx 2 \times 10^{30} \text{ Kg}$ و $V = 600000 \text{ m/s}$

$$r = (10^5 \text{ pc}) \times \frac{1}{2} \times (3.086 \times 10^{16} \text{ m/pc}) = 1.543 \times 10^{21} \text{ m}$$

شرط چرخش جرم m به دور مرکز کهکشان، در حالت پایدار:

$$F = \frac{GM_G m}{r^2} = \frac{mV^2}{r}$$

$$\Rightarrow \frac{GM_G}{r} = V^2 \Rightarrow M_G = \frac{rV^2}{G}$$

$$M_G = 8.328 \times 10^{42} \text{ Kg} \quad \text{و} \quad \frac{M_G}{M_{sun}} = 4.164 \times 10^{12}$$

۳) دوره‌ی تناوب هلالی و نجومی ماه بر حسب شبانه‌روز زمین به ترتیب عبارتند از:

الف) ۲۷/۳۲ و ۲۹/۵۳

ب) ۲۷/۵۳ و ۲۹/۳۲

ج) ۲۷/۳۲ و ۲۹/۵۳

د) ۲۷/۵۳ و ۲۹/۳۲

گزینه ج صحیح است.

۴) در عرض جغرافیایی ۴۵ درجه، بزرگ‌ترین سمت یک ستاره‌ی دور قطبی، ۴۵ درجه‌ی شرقی است. میل این ستاره برابر است با:

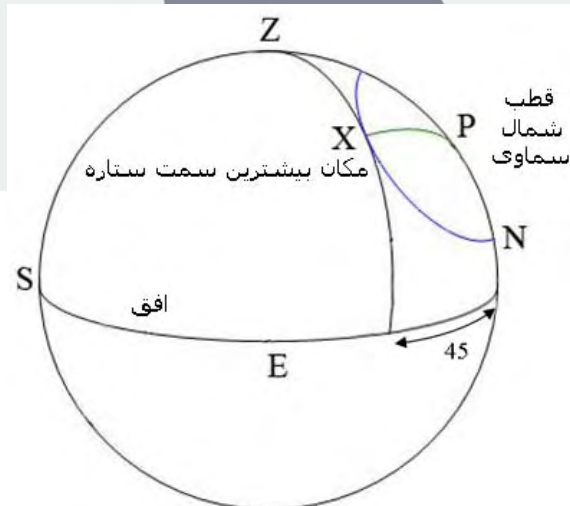
الف) ۳۰ درجه

ب) ۶۰ درجه

ج) ۴۵ درجه

د) ۱۵ درجه

گزینه ب صحیح است.



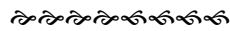
در تصویر بالا تمامی خطوط رسم شده بر روی نیمکره شرقی قرار دارند.

در مثلث کروی PZX :

$$PZ = 45^\circ \quad \text{و} \quad \angle X = 90^\circ \quad \text{و} \quad \angle Z = 45^\circ$$

$$\frac{\sin PZ}{\sin X} = \frac{\sin PX}{\sin Z} \Rightarrow \frac{\sin 45}{\sin 90} = \frac{\sin(90 - \delta)}{\sin 45} = \frac{\cos \delta}{\sin 45}$$

$$\cos \delta = \sin 45 \times \sin 45 = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \delta = 60^\circ$$



۵) فاصله‌ی ظاهری خوشه پروین از ستاره‌ی ابط الجوزا در صورت فلکی جبار به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟

- الف) کمتر از ۱۰ درجه
ب) ۲۵ درجه
ج) ۳۵ درجه
د) ۴۵ درجه
ه) بیشتر از ۵۰ درجه



۶) کدام یک از پدیده‌های نجومی زیر هرگز رخ نخواهد داد؟

- الف) عبور زهره از نزدیکِ (فاصله‌ی کمتر از ۶ درجه) سماک اعزل
ب) عبور مریخ از نزدیکِ (فاصله‌ی کمتر از ۶ درجه) خوشه‌ی پروین
ج) عبور زهره از نزدیکِ (فاصله‌ی کمتر از ۶ درجه) $M4$
د) عبور زهره از نزدیکِ (فاصله‌ی کمتر از ۶ درجه) شعرای شامی



۷) کدام یک از پدیده‌های نجومی زیر از هم‌اکنون تا پایان تابستان ۱۳۸۵، در ایران قابل مشاهده خواهد بود؟

- الف) اوج زمین
ب) خورشید گرفتگی حلقوی
ج) بارش شهابی اسدی
د) بارش شهابی ربیعی

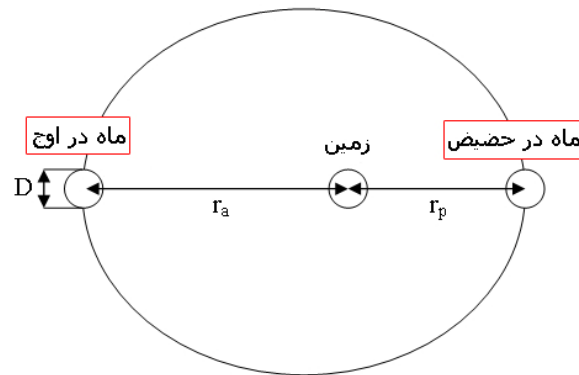
گزینه الف درست است.



۸) اگر حداکثر و حداقل قطر ظاهری ماه به ترتیب ۳۳ و ۲۹/۶ دقیقه‌ی قوس باشند، خروج از مرکز ماه چقدر خواهد بود؟

- الف) ۰/۰۵۴
ب) ۰/۰۱۲
ج) ۰/۰۲۴
د) ۰/۰۳۶

گزینه الف صحیح است.



نسبت‌های قطر ظاهری به فاصله در نقاط اوج و حضیض بایستی با هم برابر باشند:

$$\theta_a = \frac{D_a}{r_a} \quad \& \quad \theta_p = \frac{D_p}{r_p} \Rightarrow \frac{\theta_a}{r_a} = \frac{\theta_p}{r_p}$$

$$\Rightarrow \frac{r_a}{r_p} = \frac{\theta_p}{\theta_a} = K$$

$$K = \frac{\theta_a}{\theta_p} = \frac{29.6}{33} = 0.897 \quad \text{و} \quad \frac{r_a}{r_p} = \frac{a(1-e)}{a(1+e)} = \frac{1-e}{1+e} \Rightarrow K = \frac{1-e}{1+e}$$

$$\Rightarrow K(1+e) = 1-e \Rightarrow 1-K = e+Ke = e(1+K) \Rightarrow e = \frac{1-K}{1+K} = 0.054$$

۹) اگر در طول سال فقط در یک روز، خورشید در هنگام ظهر از سمت الرأس شهری بگذرد، در این صورت:

(الف) عرض جغرافیایی آن شهر برابر ۲۳/۵ درجه است.

(ب) عرض جغرافیایی آن شهر برابر ۲۳/۵- درجه است.

(ج) عرض جغرافیایی آن شهر بین ۲۳/۵ و ۲۳/۵- درجه است.

(د) این شهر روی مدار رأس‌السرطان یا رأس‌الجدی قرار دارد.

(ه) اطلاعات مسئله کافی نیست.

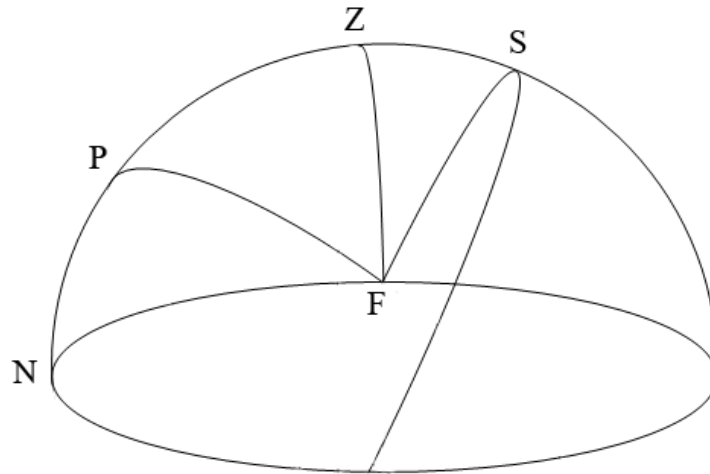
گزینه د صحیح است.

~~~~~

۱۰) ستاره‌ی  $\delta$  جبار با مختصات  $\delta = 0^\circ$  و  $\alpha = 5^h \ 32^{min}$  در تاریخ ۱۳/۱۱/۸۴ در شهری با مختصات  $E = 53^\circ$  طول جغرافیایی  $N = 33^\circ$  عرض جغرافیایی با چه سمتی طلوع می‌کند؟

(الف) ۴۸ درجه (ب) ۵۸ درجه (ج) ۱۱۰ درجه (د) ۹۰ درجه (ه) ۲۸۰ درجه

گزینه د صحیح است.



زاویه PZF = سمت نقطه ی F (محل طلوع ستاره) = A و  $FZ = 90^\circ$  : ارتفاع سمت الرأس  
چون F روی مسیر حرکت ستاره قرار دارد و میل ستاره برابر صفر است:  $PF = 90^\circ$   
طبق قانون کسینوس ها، در مثلث کروی PZF داریم:

$$\cos PF = \cos PZ \cdot \cos ZF + \sin PZ \cdot \sin ZF \cdot \cos PZF$$

$$\cos 90^\circ = \sin(90 - \varphi) \cdot \cos A \quad \Rightarrow \quad \cos 90^\circ = \cos \varphi \cdot \cos A$$

$$\cos A = 0 \Rightarrow A = 90^\circ$$

۱۱) اگر راصدی شدت نور ستاره‌ی  $CM_i$  را از پشت تلسکوپ خود برابر شدت نور ستاره‌ی شباهنگ با چشم غیر مسلح دیده باشد، قطر آینه‌ی تلسکوپ او تقریباً چه اندازه است؟ قدرهای ظاهری ستاره‌های  $CM_i$  و شباهنگ به ترتیب ۵/۱۱ و ۱/۵۸- می‌باشند.

الف) ۱۷ cm      ب) ۲۳ cm      ج) ۳۰ cm      د) ۵۱ cm      ه) ۱۰ cm

گزینه الف صحیح است.

$$m_2 - m_1 = 2.5 \log \frac{b_1}{b_2}$$

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{\frac{L_1}{A_1}}{\frac{L_2}{A_2}} = \frac{(D_2)^2}{(D_1)^2} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad m_2 - m_1 = 2.5 \log \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad m_2 - m_1 = 5 \log \frac{D_2}{D_1}$$

$$D_1 = 8mm \quad \Rightarrow \quad 5.11 + 1.58 = 5 \log \frac{D_2}{8} \quad \Rightarrow \quad D_2 = 174mm = 17.4cm$$



۱۲) سیاره‌ی مریخ با دوره‌ی تناوب مداری ۱/۸۸ سال زمینی، در تاریخ ۱۳۸۴/۸/۱۶ در موقعیت مقابله بوده است. مقارنه‌ی بعدی این سیاره چه زمانی است؟ مدارهای زمین و مریخ را دایروی در نظر بگیرید.

- الف) تیر ۱۳۸۶      ب) آذر ۱۳۸۵      ج) دی ۱۳۸۵  
د) مرداد ۱۳۸۶      ه) اسفند ۱۳۸۷      و) فروردین ۱۳۸۷

گزینه ب صحیح است.

$t$  زمان بین مقابله و مقارنه است.

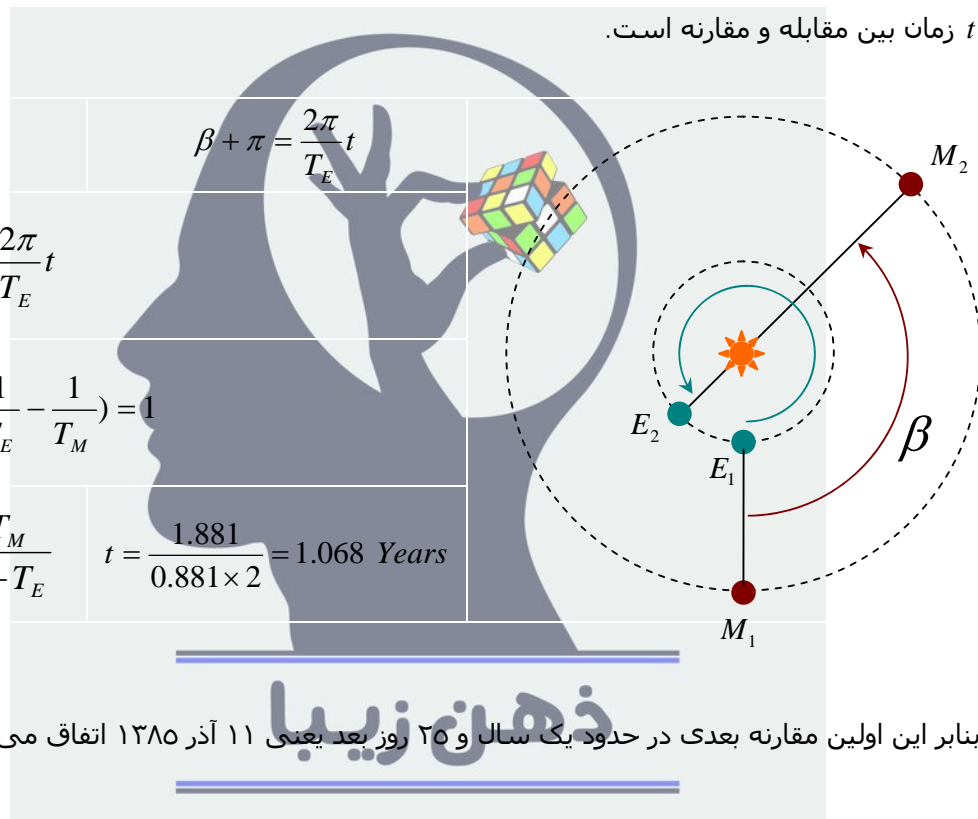
$$\beta = \frac{2\pi}{T_M} t$$

$$\beta + \pi = \frac{2\pi}{T_E} t$$

$$\frac{2\pi}{T_M} t + \pi = \frac{2\pi}{T_E} t$$

$$\Rightarrow 2 \cdot t \cdot \left( \frac{1}{T_E} - \frac{1}{T_M} \right) = 1$$

$$2 \cdot t = \frac{T_E T_M}{T_M - T_E} \quad t = \frac{1.881}{0.881 \times 2} = 1.068 \text{ Years}$$



بنابر این اولین مقارنه بعدی در حدود یک سال و ۲۵ روز بعد یعنی ۱۱ آذر ۱۳۸۵ اتفاق می افتد.



۱۳) قدر حدی یک تلسکوپ با قطر آینه‌ی اصلی ۸۰ سانتی‌متر در آسمانی ایده‌آل، چقدر است؟

- الف) ۱۵/۰      ب) ۱۴/۵      ج) ۱۶/۵      د) ۱۸/۵      ه) ۲۱/۰

گزینه ج صحیح است.

$$m_2 - m_1 = 5 \log \frac{D_2}{D_1}$$

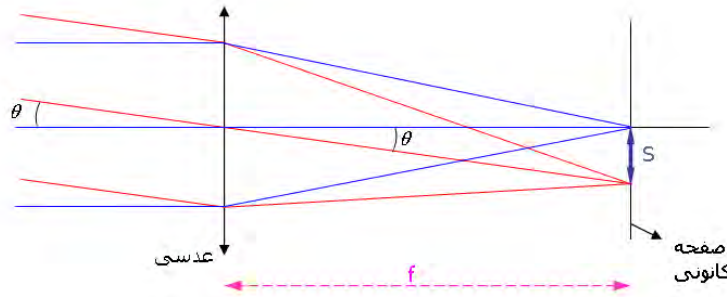
$$m_2 - 6.5 = 5 \log \frac{800}{8} \quad \Rightarrow \quad m_2 = 16.5$$



۱۴) با استفاده از تلسکوپ با فاصله‌ی کانونی  $400\text{ cm}$ ، عکسی از خورشید گرفته شده است. اگر اندازه‌ی فیلم عکاسی  $24 \times 36\text{ mm}$  باشد، اندازه‌ی قطر قرص خورشید در عکس چاپ شده در ابعاد  $10 \times 15\text{ cm}$  چقدر خواهد بود؟

الف)  $5/0\text{ cm}$       ب)  $12/0\text{ cm}$       ج)  $14/5\text{ cm}$       د)  $17/0\text{ cm}$       ه)  $13/5\text{ cm}$

گزینه ج صحیح است.



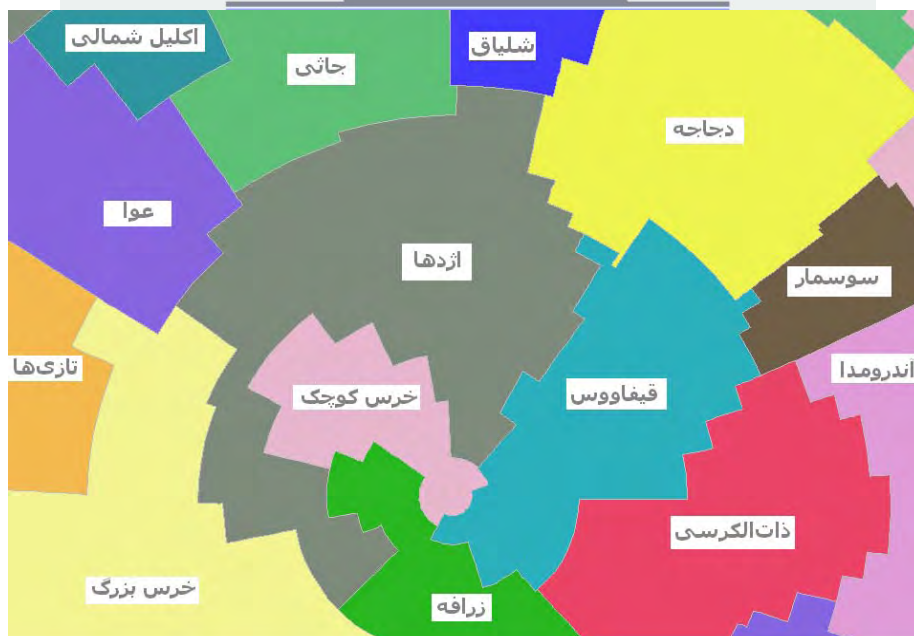
$$\frac{S}{f} = \theta \Rightarrow \frac{S}{400\text{ mm}} = \frac{30 \times 60}{206265}$$

$S = 3.49\text{ mm}$  و  $S \times \frac{10}{2.4} \cong 14.54\text{ mm}$

۱۵) کدام یک از صورت‌های فلکی زیر در همسایگی صورت فلکی اژدها (طنین) قرار ندارد؟

- الف) خرس بزرگ (دب اکبر)
- ب) چنگ رومی (شلیاق)
- ج) خرس کوچک (دب اصغر)
- د) جانی
- ه) ذات‌الکرسی

گزینه ه صحیح است.





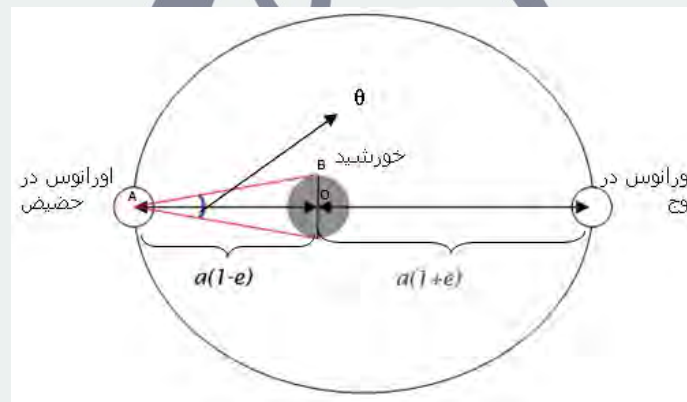
۱۶) اگر دوره‌ی تناوب مداری اورانوس ۸۴ سال زمینی و خروج از مرکز آن  $0.46^\circ$  باشد، حداکثر قطر زاویه‌ای خورشید از دید ناظری فرضی بر روی اورانوس چقدر است؟

- الف)  $47/9$  ثانیه‌ی قوس  
ب)  $50/3$  ثانیه‌ی قوس  
ج)  $105/2$  ثانیه‌ی قوس  
د)  $52/6$  ثانیه‌ی قوس  
ه)  $113/2$  ثانیه‌ی قوس

گزینه ج صحیح است.

$$a = P^{\frac{2}{3}} \Rightarrow a = 19.18AU$$

حداکثر قطر زاویه‌ی ای، زمانی خواهد بود که اورانوس در نقطه‌ی حضیض مداری خود قرار داشته باشد،



در شکل فوق، در مثلث ABO داریم:

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{D_{sun}/2}{r} \approx \frac{\theta}{2} \Rightarrow \theta(rad) = \frac{D_{sun}}{r} = \frac{D_{sun}}{a(1-e)}$$

$$\theta(arc\ sec) = \frac{206265 \times D_{sun}}{a(1-e)} = \frac{206265 \times 1400000}{19.18 \times 15 \times 10^7 \times (1-0.046)} \Rightarrow \theta = 105.21''$$



۱۷) در اثر حرکت تقدیمی محور زمین، نقطه‌ی اعتدال بهاری به سمت کدام صورت فلکی حرکت می‌کند؟

- الف) دلو      ب) ثور      ج) فرس اعظم      د) عقاب      ه) نهنگ

گزینه الف صحیح است.



۱۸) در کدام یک از تاریخ‌های زیر، زهره در آسمان، درخشان‌تر دیده شده یا خواهد شد؟

- الف) اوایل دی ۱۳۸۴  
ب) اواخر بهمن ۱۳۸۴  
ج) اواسط اسفند ۱۳۸۴  
د) اوایل فروردین ۱۳۸۵

گزینه ب صحیح است.



۱۹) زمانی که نور یک ستاره از جو زمین عبور می‌کند، شدت آن بر اثر جذب و پراکندگی توسط مولکول‌های هوا و ذرات ریز گرد و غبار کاهش می‌یابد. به این پدیده خاموشی جوی می‌گویند. در اثر خاموشی جوی، قدر ستاره‌ها در حضور جو (روی سطح زمین) بیشتر از قدر آن‌ها در غیاب جو خواهد شد. قدر ستاره با زاویه‌ی سمت الرأسی  $z$  در حضور جو،  $m_z$ ، با رابطه‌ی

$$m_z = m_0 + k_\lambda \sec z$$

داده می‌شود که در آن  $m_0$ ، قدر ستاره در غیاب جو و  $k_\lambda$ ، ضریب خاموشی جوی است که بستگی به وضعیت جو و طول موج نور دارد. مقدار  $k_\lambda$  برای فیلترهای  $B$  و  $V$  (استاندارد جانسون) به ترتیب برابر است با  $k_B = 0.5$  و  $k_V = 0.3$ . اگر شاخص رنگ یک ستاره،  $B - V$ ، در فاصله‌ی سمت الرأسی  $45^\circ$  درجه، صفر باشد، مقدار شاخص رنگ این ستاره در غیاب جو چقدر است؟

- الف) ۰٫۳ (ب) ۰٫۴ (ج) ۰٫۳- (د) ۰٫۴- (ه) ۰٫۵-

گزینه ج صحیح است.

$$(B - V)_{45} = 0$$

$$B - V = m_B - m_V$$

$$m_z = m_0 + K_\lambda \sec z$$

یا  $(B - V) = (B - V)_0 + (K_B - K_V) \sec z$

$$(m_B - m_V) = (m_{0B} - m_{0V}) + (K_B - K_V) \sec z$$

$$\text{و } B_{45} = B_0 + (0.5 \times \sec 45) = B_0 + 0.7$$

$$\text{و } V_{45} = V_0 + (0.3 \times \sec 45) = V_0 + 0.42$$

$$\Rightarrow (B - V)_{45} = (B - V)_0 + 0.28 \quad \Rightarrow (B - V)_0 = -0.28 \cong -0.3$$



۲۰) درخشندگی یک ستاره،  $L$ ، بنا به تعریف، مقدار انرژی خارج شده از سطح ستاره در واحد زمان، در محدوده‌ی نور مرئی است. درخشندگی بولومتریک،  $L_{bol}$ ، عبارت است از انرژی تولید شده در واحد زمان توسط ستاره در تمامی طیف الکترومغناطیسی. با توجه به این دو تعریف، کدام گزینه در مورد خورشید صحیح است؟

- الف)  $L_{bol} \approx 10L$       ب)  $L_{bol} \approx 5L$       ج)  $L_{bol} \approx 2L$   
د)  $L_{bol} \approx L$       ه)  $L \approx 2L_{bol}$       و)  $L \approx 10L_{bol}$

گزینه د صحیح است.

از آنجایی که خورشید بیشترین تابش خود را در ناحیه طیفی مرئی گسیل میکند:

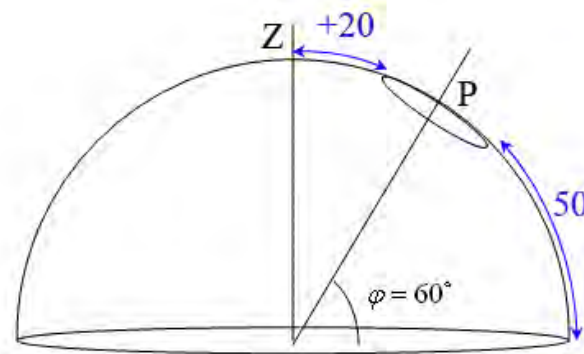


۲۱) ارتفاع ستاره‌ای دور قطبی با میل  $\delta$ ، در شهری با عرض جغرافیایی  $\phi$ ، در هنگام عبور بالایی  $70^\circ$  و در هنگام عبور پایینی  $50^\circ$  است. مقدار  $\phi - \delta$  برای این ستاره کدام است؟

- الف)  $10^\circ$       ب)  $-10^\circ$       ج)  $\pm 10^\circ$       د)  $20^\circ$       ه)  $-20^\circ$       و)  $\pm 20^\circ$

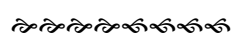
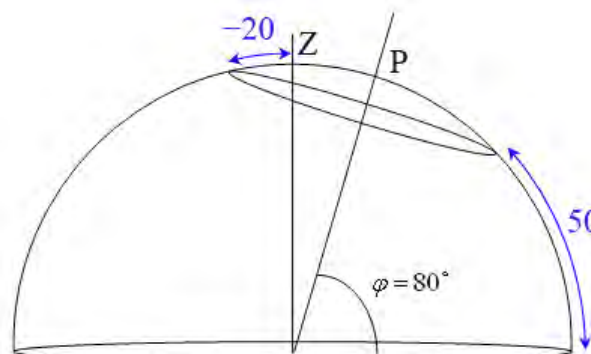
گزینه و صحیح است.

ارتفاع ستاره ی قطبی  $\varphi = 60^\circ$   
فاصله قطبی -  $90^\circ - \delta = 80^\circ$   
 $\Rightarrow \delta - \varphi = 20^\circ$



و حالت ممکن دیگر:

ارتفاع ستاره ی قطبی  $\varphi = 80^\circ$   
فاصله قطبی -  $90^\circ - \delta = 60^\circ$   
 $\Rightarrow \delta - \varphi = -20^\circ$



۲۲) زمان نجومی در شهر تهران با عرض جغرافیایی  $36^{\circ}N$  و طول جغرافیایی  $52^{\circ}E$  در ساعت ۱۰ صبح روز جمعه ۱۳ بهمن ۱۳۸۴ مطابق با کدام گزینه است؟

الف) ۱۰:۰۰ (ب) ۸:۴۲ (ج) ۱۸:۴۴ (د) ۰۱:۱۸ (ه) ۲۲:۱۲

گزینه ج صحیح است.

طبق تعریف، زمان های نجومی و قراردادی (خورشیدی میانگین) در ساعت صفر روز اول مهر به وقت گرینویچ بر هم منطبق هستند و از آن به بعد، به ازای هر ۲۴ ساعت، زمان نجومی به اندازه ی  $3.94^m = 3^m 56.56^s$  از زمان قراردادی جلو می افتد.

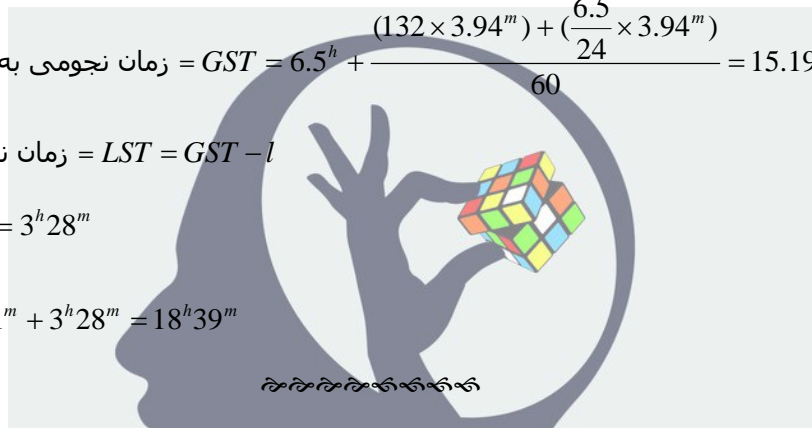
$$\text{زمان جهانی} = UT = 10^h - 3^h 30^m = 6^h 30^m = 6.5^h$$

$$\text{زمان نجومی به وقت گرینویچ} = GST = 6.5^h + \frac{(132 \times 3.94^m) + (\frac{6.5}{24} \times 3.94^m)}{60} = 15.19^h = 15^h 11^m$$

$$\text{زمان نجومی محلی} = LST = GST - l$$

$$l_{Tehran} = 52^{\circ} = 3^h 28^m$$

$$LST = 15^h 11^m + 3^h 28^m = 18^h 39^m$$



۲۳) فاصله‌ی زاویه‌ای ستاره‌ی A با مختصات  $\alpha = 9^h$  و  $\delta = 6^{\circ}$  و ستاره‌ی B با مختصات  $\alpha = 11^h$  و  $\delta = 45^{\circ}$  در آسمان چقدر است؟

الف)  $54^{\circ}$  (ب)  $23^{\circ}$  (ج)  $34^{\circ}$  (د)  $63^{\circ}$

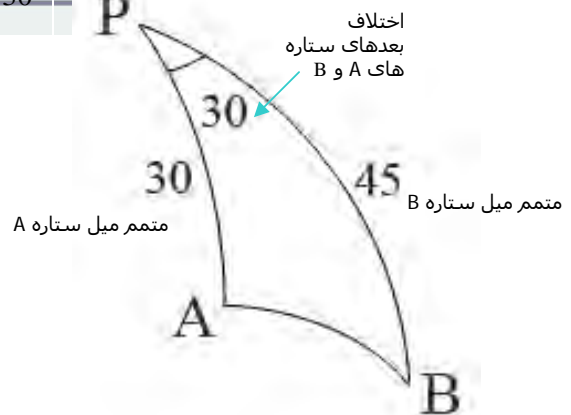
گزینه ب صحیح است.

طبق قانون کسینوس ها در مثلث کروی PAB، داریم: (P ستاره قطبی است.)

$$\cos AB = \cos 30 \times \cos 45 + \sin 30 \times \sin 45 \times \cos 30$$

$$\cos AB = \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{8} = \frac{3\sqrt{6}}{8}$$

$$AB = 23^{\circ}$$



۲۴) انجام کدام یک از کارهای زیر نیاز به صرف انرژی کمتری دارد؟

- الف) فرستادن سفینه به سمت خورشید  
ب) فرستادن سفینه به بیرون منظومه‌ی شمسی  
ج) فرستادن سفینه به مداری منطبق بر مدار زمین، به طوری که خلاف جهت حرکت زمین به دور خورشید حرکت کند.  
د) فرستادن سفینه در مدار قطبی به دور خورشید (مداری که بر صفحه دایرة البروج عمود است).
- گزینه ب صحیح است.

برای فرستادن سفینه به سوی خورشید لازم است تا سرعت سفینه به دور خورشید که در حقیقت پیش از پرتاب همان سرعت مداری زمین است و اسم آن را  $V_c$  میگذاریم خنثی گردد.

$$V_c = \sqrt{\frac{GM_s}{r}}$$

شعاع مدار زمین =  $r$

با این کار سفینه بدون هیچگونه سرعتی، تحت جاذبه گرانشی خورشید به سمت آن حرکت میکند.  
پس:

$$\Delta V = V_c$$

با توجه به آنکه سرعت فرار از مدار زمین برابر است با:

$$V_e = \sqrt{\frac{2GM_s}{r}}$$

برای فرستادن سفینه ای به خارج از منظومه شمسی لازم است تا سرعتی معادل مقدار زیر به آن داده شود:

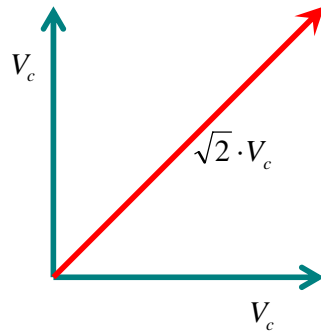
**ذهن زیبا**

$$\Delta V = V_e - V_c = (\sqrt{2} - 1) \sqrt{\frac{GM_{sun}}{r}} = 0.41 \times V_c$$

برای آنکه سفینه ای در مدار زمین اما بر خلاف جهت دوران زمین بر گرد خورشید به گردش درآید لازم است تا علاوه بر خنثی سازی سرعت مداری زمین (همانند آنچه در پرتاب سفینه به سوی خورشید رخ داد)، سرعتی به همین میزان اما در خلاف جهت فعلی به دست آورد. پس:

$$\Delta V = 2V_c$$

و در نهایت برای آنکه سفینه ای به مداری دور قطبی و به شعاع مداری زمین ارسال شود باید به سرعتی برابر مقدار فعلی اما عمود بر صفحه مداری زمین و در نتیجه عمود بر سرعت فعلی دست یابد.



بنابر این میزان تغییر سرعت لازم در این حالت برابر است با:

$$\Delta V = \sqrt{2} \cdot V_c = 1.41 \times V_c$$

سازمان اسناد و کتابخانه ملی جمهوری اسلامی ایران

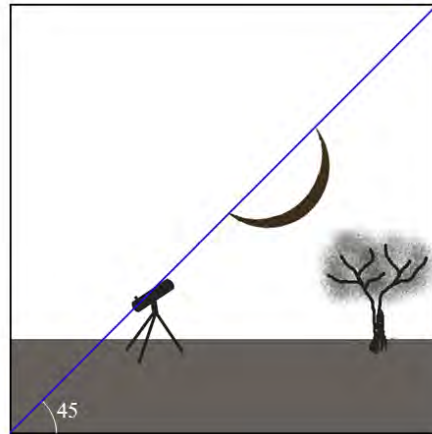
۲۵) عکس مقابل از ماه نو در روز اول فروردین گرفته شده است. اگر ماه در این زمان در یکی از گره‌های خود قرار داشته باشد، عرض جغرافیایی ناظر کدام است؟



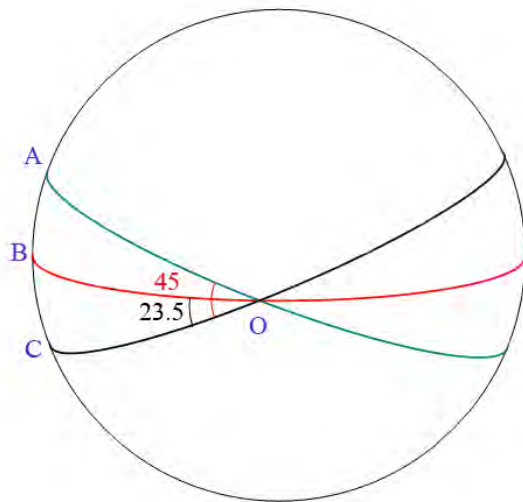
- الف) ۲۱٫۵ درجه
- ب) ۶۸٫۵ درجه
- ج) ۴۵٫۵ درجه
- د) ۶٫۵ درجه
- ه) ۳۶٫۵- درجه

## دهن زیبا

گزینه ب صحیح است. در شکل مورد نظر آنچه اهمیت داشت زاویه‌ای بود که خط واصل دو سر هلال با افق می‌ساخت. برای راحتی اندازه‌گیری این زاویه، قاب تصویر را مربع، و خط واصل دو سر هلال را بر قطر این مربع منطبق ساختیم.



از آنجا که ماه در گره خود قرار دارد، خط واصل دو سر هلال ماه بر دایره البروج عمود است و جدایی اندک ماه و خورشید در هنگام ماه نو باعث میشود تا در روز اول فروردین، ماه نیز تقریباً همانند خورشید بر نقطه اعتدال بهاری قرار داشته باشد، و همچنین برای ناظر خورشید و ماه در حال **غروب** هستند، داریم:



استوا (دایره عظیمه کمان OB)  
دایره البروج (دایره عظیمه کمان OC)  
افق (دایره عظیمه کمان OA)

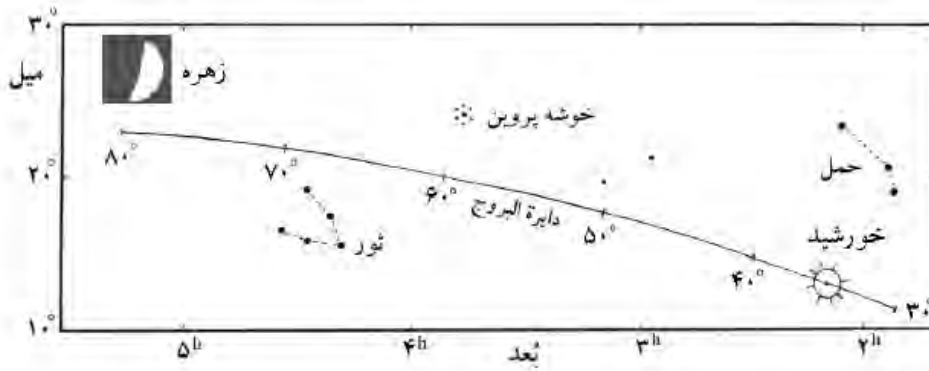
ذهن

$$\angle BOA = \angle COA - \angle COB = 21.5^\circ$$

$$\angle BOA = \text{متمم عرض جغرافیایی} \Rightarrow \varphi = 68.5^\circ$$



۲۶) با توجه به شکل زیر و با این فرض که زهره در صفحه‌ی دایرة البروج به دور خورشید می‌گردد، فاصله‌ی زهره تا زمین کدام است؟



- الف) ۰.۷ AU      ب) ۰.۴ AU      ج) ۱/۳ AU      د) ۱.۰ AU

گزینه الف صحیح است.

مطابق شکل فاصله زاویه‌ای زهره تا خورشید برابر است با:

$$E = (80^\circ - 35^\circ) = 45^\circ$$

و باز با توجه به شکل، زهره در این حالت در تریبوع خود قرار دارد. (لذا زاویه‌ی E برابر ۴۵ می‌باشد).

$$\cos E = \frac{VE}{ES}$$

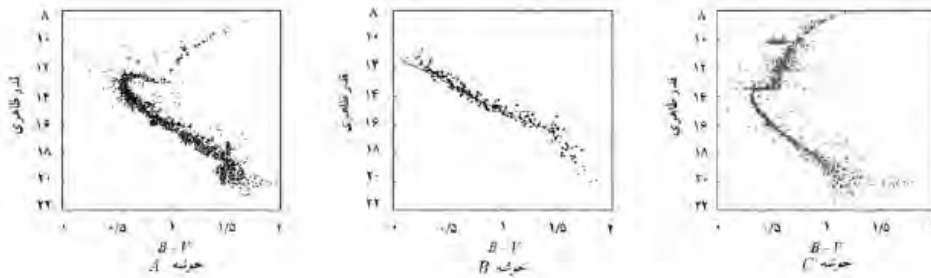
$$VE = 1AU \cdot \cos E$$

$$VE = 1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.7AU$$

ذهن زیبا



۲۷) در شکل‌های زیر نمودار HR سه خوشه‌ی کروی داده شده است. اگر  $T_A, T_B, T_C$  به ترتیب نشان‌دهنده‌ی سن خوشه‌های A، B و C باشند، در این صورت:



(ب)  $T_B > T_C > T_A$

(الف)  $T_A > T_B > T_C$

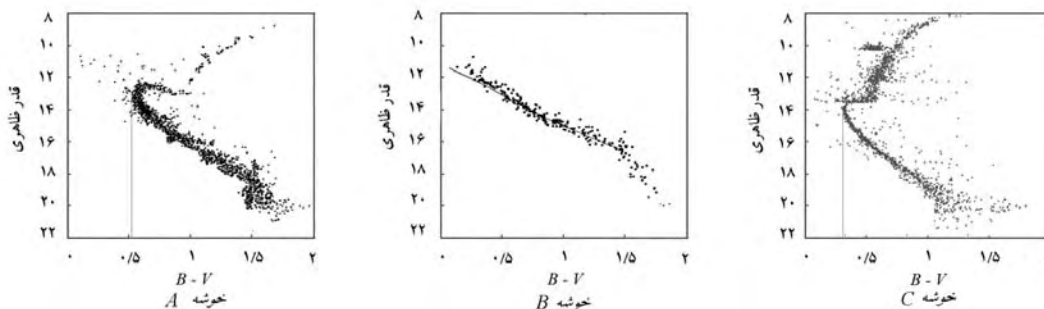
(د)  $T_A > T_C > T_B$

(ج)  $T_C > T_A > T_B$

گزینه د صحیح است.

ستارگان مختلف در یک خوشه با جرمهای متفاوتشان دارای طول عمر متفاوتی هستند. و میدانیم ستارگان با جرم بیشتر نسبت به ستارگان کم جرمتر روی رشته اصلی، دارای عمر کمتر و درخشندگی بیشتری هستند. به مرور زمان با اتمام عمر ستاره بر روی رشته اصلی، موقعیت ستاره در نمودار H-R به سمت ناحیه غولهای سرخ منتقل میشود. مقدار B-V برای ستارگانی که در حال ترک رشته اصلی هستند، معیار اصلی تخمین سن خوشه‌ها میباشد. در نمودار B تمامی ستارگان خوشه روی رشته اصلی قرار دارند، این خوشه جوانترین خوشه است و در دونمودار دیگر، (B-V) برای ستارگانی که در حال ترک رشته اصلی هستند در نمودار A بیش از نمودار C بوده و این بیانگر پیرتر بودن خوشه ستاره‌ای A است پس:

$$T_A > T_C > T_B$$



۲۸) دو تا از قمرهای مشتری به نام‌های هیمالیا و کارمه در خلاف جهت یکدیگر به دور مشتری می‌گردند. دوره‌ی تناوب مداری هیمالیا ۲۵۱ شبانه‌روز زمینی و دوره‌ی تناوب مداری کارمه ۷۰۲ شبانه‌روز زمینی است. اگر فرض کنیم که مدارهای این دو قمر دایروی و تقریباً در صفحه‌ی استوای مشتری قرار دارند، فاصله‌ی زمانی دو مقارنه‌ی متوالی برای این اقمار از نظر راصد روی استوای مشتری چند شبانه‌روز زمینی است؟

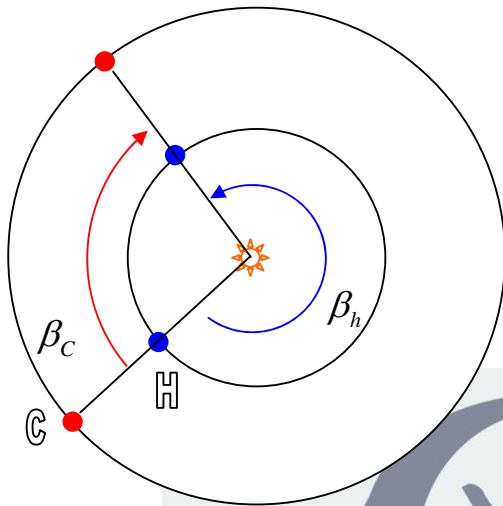
(د) ۱۲۵

(ج) ۱۸۵

(ب) ۵۰۲

(الف) ۳۹۱

گزینه ج صحیح است.



و  $\beta_c = \frac{2 \cdot \pi}{P_c} t$

$$\beta_h = \frac{2 \cdot \pi}{P_h} t$$

$$\beta_h + \beta_c = 2\pi$$

$$\frac{1}{P_h} + \frac{1}{P_c} = \frac{1}{t} \Rightarrow t = \frac{P_h P_c}{P_h + P_c}$$

$$t = 184.89 \cong 185 \text{ day}$$

۲۹) طول شب در سیاره‌ی اورانوس با زاویه‌ی میل محوری ۹۷/۹ درجه و شعاع  $5/1 \times 10^7 m$  در عرض‌های جغرافیایی  $0^\circ$  و  $90^\circ$  شمالی، به ترتیب از راست به چپ برابر با چند شبانه‌روز زمینی است؟ فاصله‌ی متوسط اورانوس از خورشید در حدود  $19/2 AU$  و دوره‌ی تناوب وضعی آن  $0/72$  شبانه‌روز زمینی است.

ج  $1/53 \times 10^4 : 0/72$

ب  $0/72 : 0/36$

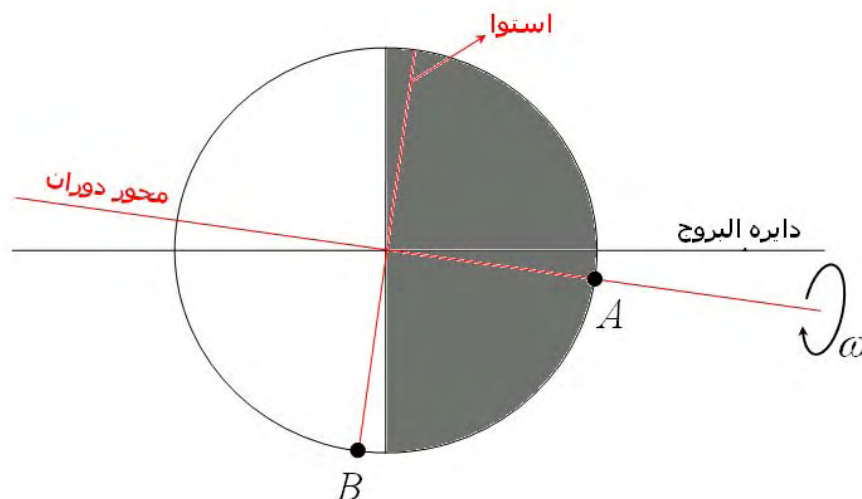
الف  $0/72 : 0/72$

و  $1/53 \times 10^4 : 0/36$

ه  $3/07 \times 10^4 : 0/36$

د  $3/07 \times 10^4 : 0/72$

گزینه و صحیح است.



برای نقطه B که در عرض جغرافیایی صفر قرار دارد، طول شب برابر است با نصف مدت زمان یک دور دوران سیاره به دور خود یعنی  $0/36$  روز زمینی. اما برای نقطه A با عرض جغرافیایی  $90^\circ$  درجه، یک بار

طلوع و غروب خورشید یک سال به طول می‌انجامد و در نتیجه طول شب برابر است با نیم سال اورانوس که به صورت زیر بر حسب سال زمینی محاسبه میگردد:

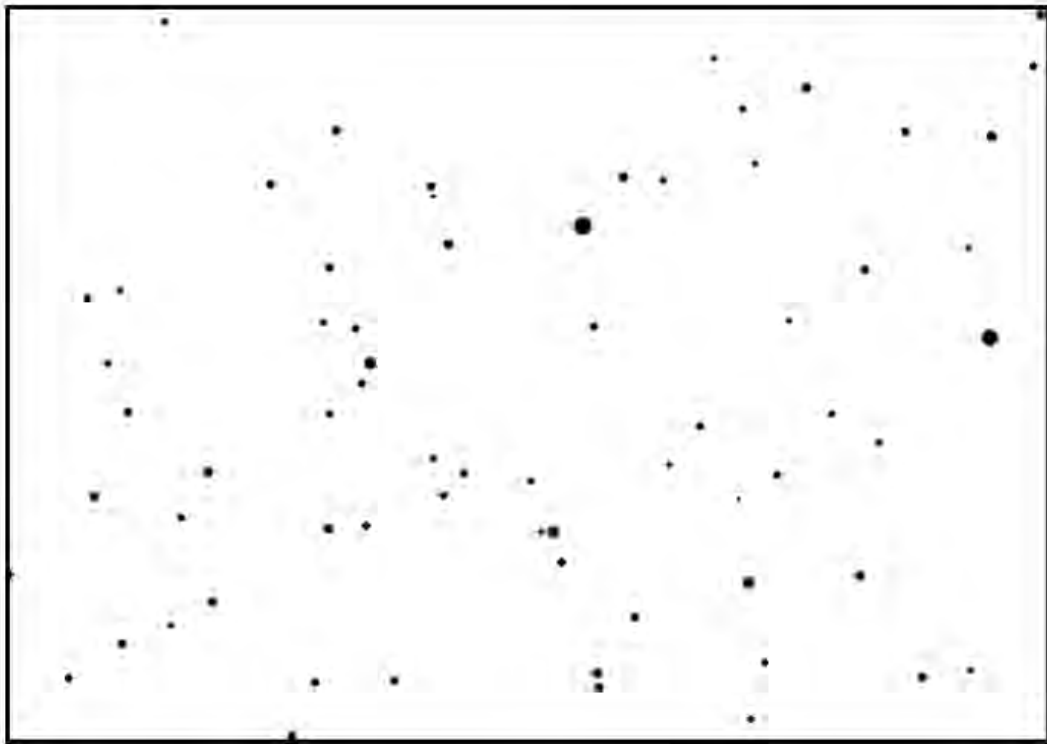
$$P = a^{\frac{3}{2}} \quad \Rightarrow \quad P = \sqrt{(19.2)^3} = 84.13 \text{ Years}$$

$$\text{طول شب} = N = \frac{P}{2} = 42.05 \text{ Years}$$

$$N = 42.05 \times 365 = 15348.25 = 1.53 \times 10^4 \text{ day}$$



۳۰) در تصویر زیر صورت‌های فلکی قابل مشاهده کدامند؟



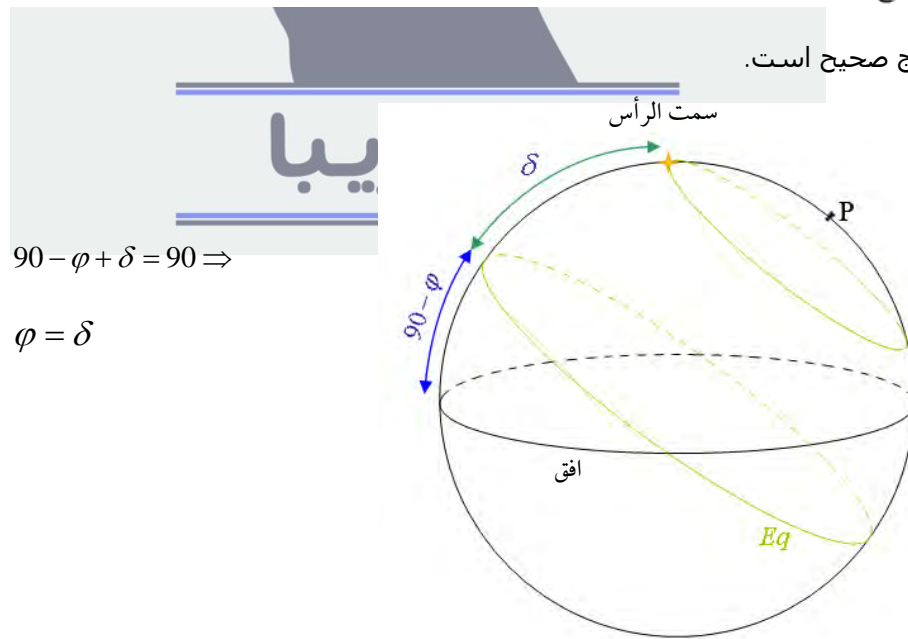
- الف) عوا، کلاغ، مارافسای، جانی، اکلیل شمالی  
ب) مارافسای، مثلث، عوا، آندرومدا، حمل، جانی  
ج) دب اکبر، سیاه‌گوش، سنبله، کلاغ، دب اصغر  
د) عوا، اکلیل شمالی، میزان، سنبله، سر مار، جانی
- گزینه د صحیح است.



۳۱) در کدام یک از نقاط زیر ستاره‌ی سر واقع با مختصات  $\delta = 38^\circ 47'$  ,  $\alpha = 18^h 37^m$  تقریباً از سمت الرأس می‌گذرد؟

- (الف) طول جغرافیایی  $38^\circ 37'$  شرقی  
(ب) طول جغرافیایی  $80^\circ 75'$  غربی  
(ج) عرض جغرافیایی  $38^\circ 47'$  شمالی  
(د) عرض جغرافیایی  $51^\circ 13'$  شمالی

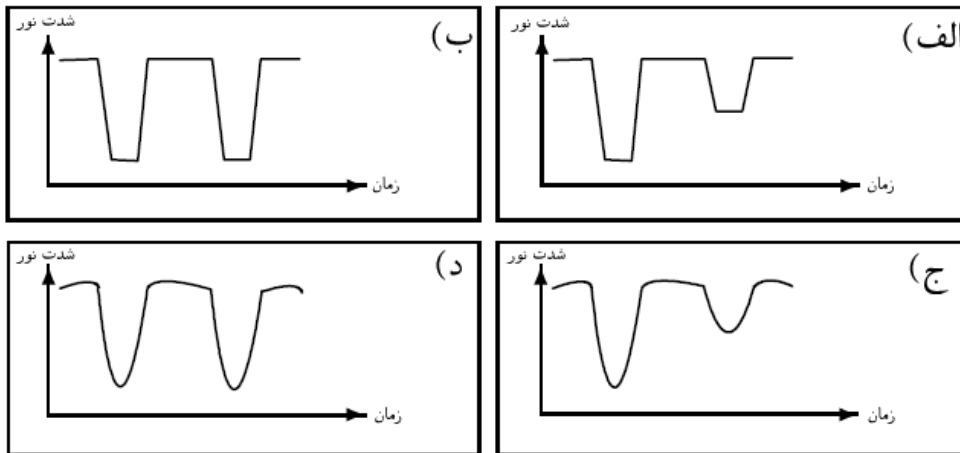
گزینه ج صحیح است.



۳۲) یک سیستم دوتایی گرفتی با  $i = 90^\circ$ ، از دو ستاره‌ی  $A$  و  $B$  با مشخصات زیر تشکیل شده است.

| ستاره | دمای موثر       | شعاع نسبی |
|-------|-----------------|-----------|
| $A$   | $3500\text{ K}$ | ۱         |
| $B$   | $3500\text{ K}$ | ۵۰        |

منحنی نوری این منظومه‌ی دوتایی شبیه کدام شکل است؟



۳۳- گزینه ب صحیح است.

نسبت عمق‌های منحنی نوری در دوتایی‌های گرفتی برابر با نسبت دمای دو مؤلفه‌ی سیستم دوتایی به توان چهار است و از آنجائیکه دماهای این دو ستاره یکسان هستند، عمق منحنی نوری در هر دو گرفت باید یکسان باشد. از طرفی با توجه به اینکه زاویه شیب مداری این دوتایی  $90^\circ$  درجه است (یعنی صفحه مداری آنها در راستای دید ما قرار دارند) و نسبت شعاع‌های دو مؤلفه نیز زیاد است، بنابراین در هر دو کمینه‌ی نوری بایستی گرفت کامل رخ دهد. لذا منحنی نوری گزینه ب صحیح است.

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^4 = \frac{Depth_{MinI}}{Depth_{MinII}} \quad \text{و} \quad T_1 = T_2 \Rightarrow \text{عمق I} = \text{عمق II}$$

## ذهن زیبا

۳۳) اگر ستاره‌ای در شهر بم در ساعت ۸ شب طلوع کند، یک ماه بعد، زمان طلوع این ستاره چه ساعتی خواهد بود؟

الف) ۹ شب      ب) ۸ شب      ج) ۱۰ شب      د) ۶ عصر      ه) ۷ شب

گزینه د صحیح است.

ستاره‌ها هر روز تقریباً ۴ دقیقه نسبت به روز قبل زودتر طلوع می‌کنند.

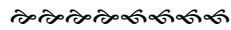


۳۴) اگر اختلاف منظر اندازه‌گیری شده برای ستاره‌ی شباهنگ  $0.38''$  ثابته‌ی قوس باشد، فاصله‌ی این ستاره چند سال نوری است؟

الف)  $1/3$       ب)  $8/6$       ج)  $2/6$       د) ۳۸      ه)  $0.38$

گزینه ب صحیح است.

$$d(pc) = \frac{1}{p(arcsec)} = \frac{1}{0.38} = 2.63 pc \quad \Rightarrow \quad d(AU) = 2.63(pc) \times 3.26(AU/pc) = 8.57AU$$



۳۵) با توجه به جدول زیر کدام یک از ستاره‌ها در شهری با عرض جغرافیایی  $5^\circ$  درجه‌ی جنوبی هرگز طلوع یا غروب نمی‌کنند؟

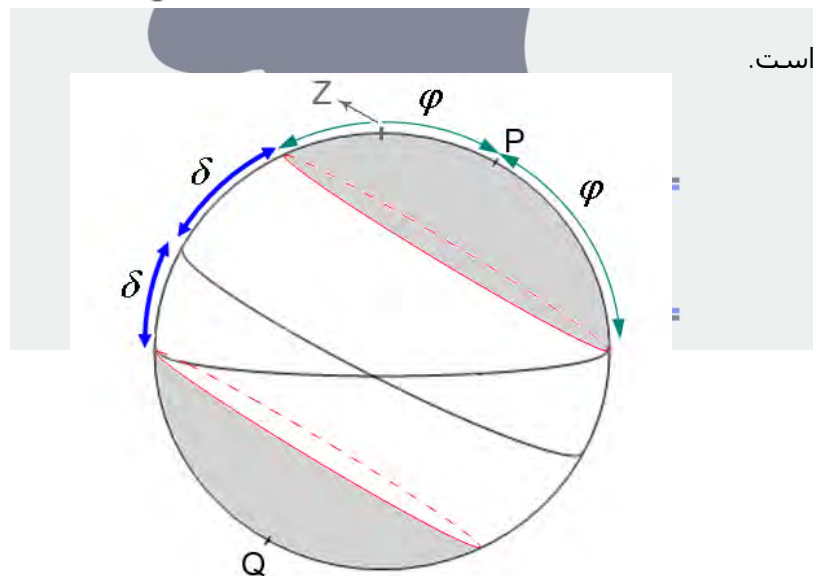
| ستاره | بعد         | میل            |
|-------|-------------|----------------|
| ۱     | $7^h 45^m$  | $16^\circ 43'$ |
| ۲     | $7^h 24^m$  | $52^\circ 42'$ |
| ۳     | $14^h 16^m$ | $19^\circ 10'$ |
| ۴     | $14^h 40^m$ | $60^\circ 51'$ |
| ۵     | $18^h 37^m$ | $38^\circ 47'$ |
| ۶     | $5^h 17^m$  | $46^\circ 00'$ |
| ۷     | $5^h 15^m$  | $8^\circ 12'$  |
| ۸     | $7^h 40^m$  | $5^\circ 13'$  |
| ۹     | $1^h 38^m$  | $57^\circ 13'$ |
| ۱۰    | $5^h 55^m$  | $7^\circ 24'$  |

ج) ۵، ۶  
و) هیچ کدام

ب) ۲، ۴، ۹  
ه) ۲، ۴، ۶، ۹

الف) فقط ۶  
د) ۲، ۴، ۵، ۶، ۹

گزینه ه صحیح است.



$$\delta > 90 - \phi \Rightarrow \delta > 40$$

$$\delta < \phi - 90 \Rightarrow \delta < -40$$

شرط آنکه ستاره ای در عرض جغرافیایی  $\phi$  همواره بالای افق باشد:

شرط آنکه ستاره ای در عرض جغرافیایی  $\phi$  همواره زیر افق باشد:

و ستاره های ۲، ۴، ۶ و ۹ دارای یکی از این خصوصیات هستند.



۳۶) رصدخانه‌های رادیویی جودرل بنک در انگلستان ( $2^{\circ}E$  = طول جغرافیایی،  $53^{\circ}N$  = عرض جغرافیایی) و گرین بنک در آمریکا ( $80^{\circ}W$  = طول جغرافیایی،  $38^{\circ}N$  = عرض جغرافیایی) می‌خواهند به کمک آنتن‌های رادیویی خود با یک دیگر ارتباط برقرار کنند. برای این کار باید محور اصلی آنتن‌های رادیویی در دو رصدخانه به سمت هم‌دیگر باشند. در رصدخانه‌ی جودرل بنک، جهت محور آنتن رادیویی با جهت شمال چه زاویه‌ای می‌سازد؟

- الف)  $50^{\circ}$       ب)  $70^{\circ}$       ج)  $110^{\circ}$       د)  $30^{\circ}$

گزینه ب صحیح است.

زاویه B : اختلاف طول‌های جغرافیایی رصدخانه‌های جودرل بنک و گرین بنک =  $82^{\circ}$  درجه

a و c : متمم عرض‌های جغرافیایی رصدخانه‌های جودرل بنک و گرین بنک

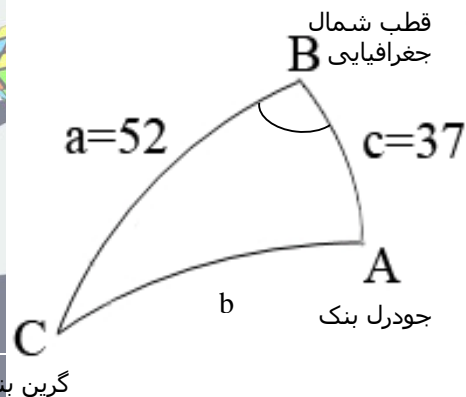
$$\cos(b) = \cos(a)\cos(c) + \sin(a)\sin(c)\cos(B)$$

$$\Rightarrow b = 56^{\circ}$$

$$\cos(a) = \cos(b)\cos(c) + \sin(b)\sin(c)\cos(A)$$

$$\cos A = \frac{\cos(a) - \cos(b)\cos(c)}{\sin(b)\sin(c)}$$

$$\cos A = 0.3388 \Rightarrow A \cong 70^{\circ}$$



۳۷) کدام گزینه غلط است؟

- الف) شدت میدان مغناطیسی سیاره‌ی زهره در حدود نصف شدت میدان مغناطیسی سیاره‌ی زمین است.  
ب) سیاره‌ی مشتری، کوتاه‌ترین دوره‌ی تناوب وضعی در منظومه‌ی شمسی را داراست.  
ج) دمای سطحی سیاره‌ی زهره از دمای سطحی سیاره‌ی عطارد بیشتر است.  
د) جرم سیاره‌ی مشتری در حدود دو برابر مجموع جرم دیگر سیارات منظومه‌ی شمسی است.

گزینه الف صحیح است.

میتوان گفت زهره تقریباً میدان مغناطیسی ندارد.



### مسائل کوتاه

(نوجه: در تصحیح اوراق امتحانی، با توجه به تفاوت احتمالی دقت بعضی ثابت‌های مورد استفاده، جواب درست برای بخش مسائل کوتاه، در یک بازه‌ی قابل قبول نسبت به جواب ارائه شده در پاسخ مسائل در نظر گرفته شده‌است.)

۱) ملوانی که بر دکل کشتی نشسته است قله‌ی کوهی را در دوردست در افق می‌بیند. اگر ارتفاع دکل از سطح دریا ۲۰ متر و ارتفاع کوه از سطح دریا ۵۰۰ متر باشد، فاصله‌ی کشتی از پای کوه، روی دریا، چند کیلومتر خواهد بود؟ شعاع زمین ۶۳۷۸ km است.

جواب: ۹۶

$$\cos \theta_2 = \frac{R}{R+h_2} \quad \text{و} \quad \cos \theta_1 = \frac{R}{R+h_1}$$

$$\Rightarrow \theta_1 = \cos^{-1} \frac{R}{R+h_1}$$

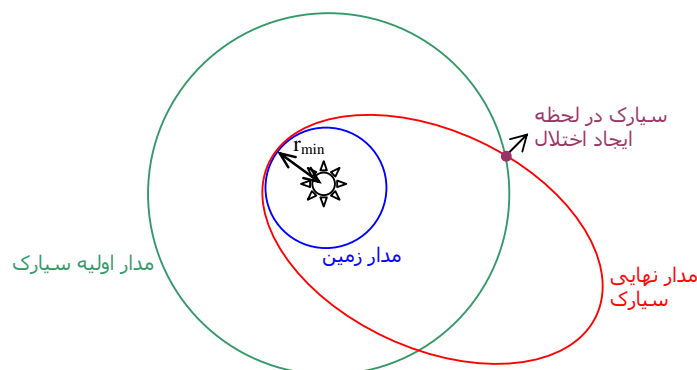
$$\text{و} \quad \theta_2 = \cos^{-1} \frac{R}{R+h_2}$$

$$OO' = R \times \left( \frac{2\pi}{360} \right) \times (\theta_1 + \theta_2)$$

$$\Rightarrow OO' = 95.73 \text{ Km}$$

۲) یکی از سیارک‌های بین مریخ و مشتری در مدار بیضوی با نیم‌محور بزرگ  $a_0 = 3 \text{ AU}$  و خروج از مرکز  $e_0 = 0.05$  حرکت می‌کند. به دلیل اغتشاشات ناشی از حرکت مشتری، خروج از مرکز این سیارک به طور ناگهانی زیاد می‌شود، در حالی که نیم‌محور بزرگ مدار آن ثابت می‌ماند. صد برابر حداقل خروج از مرکز مدار جدید چقدر باشد تا احتمال برخورد این سیارک با زمین به وجود آید؟ فرض می‌کنیم این سیارک در صفحه‌ی دایرة البروج است.

جواب: ۶۷

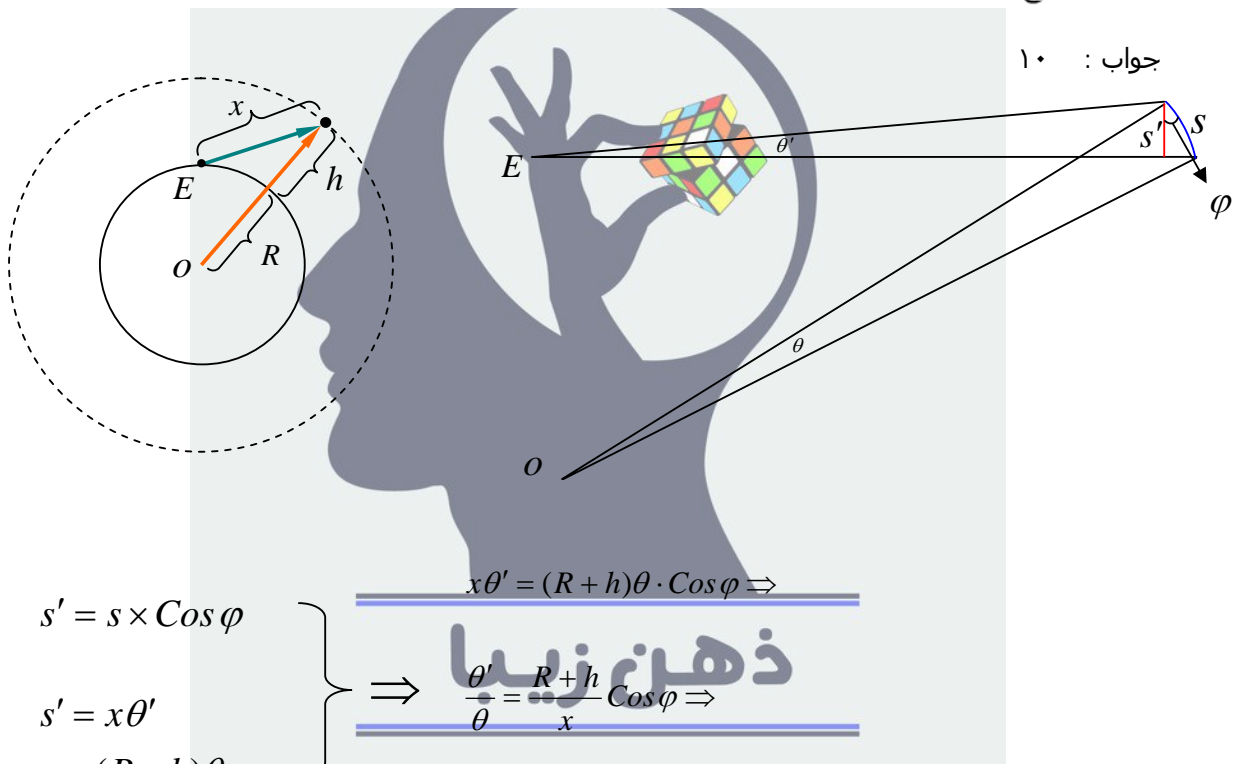


ثابت = نیم محور بزرگ مدار بیضوی سیارک  $a$  و  $r_{\min} = a(1-e)$  حداقل احتمال برخورد سیارک با زمین زمانی است که  $r_{\min}$  برابر شعاع مداری زمین شود.

$$\Rightarrow 1 = 3(1-e) \Rightarrow e = 0.66 \Rightarrow 100 \times e = 66.6 \cong 67$$



۳) فضاوردی که از روی استوای ماه به آسمان نگاه می‌کند، فضاپیماي آپولو را دقیقاً در بالای سر خود می‌بیند که با سرعت زاویه‌ای رصد شده  $\omega_1$  در حال حرکت است. چند دقیقه بعد فضاورد می‌بیند که آپولو در افق شرق با سرعت زاویه‌ای رصد شده  $\omega_2$  غروب می‌کند. اگر  $\frac{\omega_1}{\omega_2} = 10.25$  باشد، نسبت شعاع مدار آپولو به فاصله‌ی آپولو از سطح ماه چقدر است؟ مدار آپولو به دور ماه را دایروی در نظر بگیرید.



جواب: ۱۰

$$s' = s \times \cos \varphi$$

$$s' = x\theta'$$

$$s = (R+h)\theta$$

$$x\theta' = (R+h)\theta \cdot \cos \varphi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\theta'}{\theta} = \frac{R+h}{x} \cos \varphi \Rightarrow$$

$$\frac{\omega'}{\omega} = \frac{R+h}{x} \cos \varphi$$

آپولو در سمت الراس

$$x = h \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \omega' = \omega_1 \\ \varphi = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega} = \frac{R+h}{h}$$

آپولو در افق

$$x = l \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \omega' = \omega_2 \\ \cos \varphi = \frac{x}{R+h} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{\omega_2}{\omega} = 1$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{R+h}{h} = 10.25$$



۴) بر مبنای روش‌های طیف‌نگاری، دمای مؤثر ستاره‌ای  $30000\text{K}$  اندازه‌گیری شده است. اگر بدانیم که این ستاره با سرعت  $25\text{ km s}^{-1}$  به ما نزدیک می‌شود در این صورت اختلاف دمای مؤثر واقعی با دمای اندازه‌گیری شده چند کلون است؟

جواب: ۲۵

$$\lambda_{\max} = \frac{0.0029}{T} \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{0.0029}{30000} = 9.66 \times 10^{-8} \text{ m}$$

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{V}{C} \Rightarrow \frac{\Delta\lambda}{9.66 \times 10^{-8}} = \frac{250}{300000} \Rightarrow \Delta\lambda = 8.055 \times 10^{-11} \text{ m}$$

چون ستاره به سمت ما حرکت میکند، طول موج ماکزیمم دریافتی به اندازه  $\Delta\lambda$  از مقدار واقعی آن بیشتر است:

$$\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda$$

پس برای مقدار واقعی طول موج ماکزیمم داریم:

$$\lambda_0 = \lambda - \Delta\lambda = 9.66 \times 10^{-8} - 8.055 \times 10^{-11}$$

$$\lambda_0 = 9.658611 \times 10^{-8} \text{ m}$$

$$T_0 = \frac{0.0029}{9.658611 \times 10^{-8}} = 30025.02 \text{ K}$$

$$\Delta T = 25 \text{ K}$$

ذهن زیبا

۵) بادهای خورشیدی، ذرات باردار پرانرژی هستند که از سطح خورشید به درون منظومه شمسی پرتاب می‌شوند. سرعت این ذرات باردار که اغلب از پروتون‌ها تشکیل شده‌اند در حدود چندصد کیلومتر در ثانیه است. بر اثر این بادهای خورشید در هر سال در حدود  $3 \times 10^{-14}$  برابر جرم خورشید از جرم خود را از دست می‌دهد. اگر شعاع مؤثر مغناطی‌کره‌ی زمین در امتداد عمود بر جهت خورشید را ۱۵ برابر شعاع زمین در نظر بگیریم، در یک روز چند میلیون کیلوگرم به جرم زمین اضافه می‌شود؟

جواب: ۱۷

شار جرمی (مقدار جرمی که در واحد زمان از واحد سطح می‌گذرد) که از واحد سطح کره‌ای به شعاع مداری زمین می‌گذرد:

$$\phi = \frac{3 \times 10^{-14} M_{\text{sun}}}{4\pi \cdot r^2}$$



در مثلث  $SM_1E_1$  داریم،

$$\frac{\sin \gamma}{r} = \frac{\sin(\frac{\pi}{2} + a_1)}{R} \quad \text{و} \quad \sin \gamma = \frac{r}{R} \cos(a_1) = \frac{1}{1.524} \cos(4^\circ) = 0.654$$

$$\Rightarrow \gamma = 40.84^\circ \quad \text{و} \quad \beta = 180 - 40.84 - (90 + 4) = 45.16^\circ$$

زاویه  $\lambda$  برابر است با کمانی که مریخ در مدت شش ماه روی دایره طی کرده است:

$$\lambda = \frac{360}{1.88} \times 0.5 = 95.74$$

حال در مثلث  $SM_2E_2$  به دنبال زاویه  $a_2$  هستیم، برای این کار باید ابتدا  $r'_2$  را حساب کنیم:

$$r_2'^2 = r^2 + R^2 - 2rR \cos \theta, \quad \theta = 180 - (\lambda + \beta) = 39.1^\circ$$

$$r_2'^2 = 1 + (1.524)^2 - 2 \times 1.524 \times \cos(39.1) = 0.957$$

$$r_2' = 0.978$$

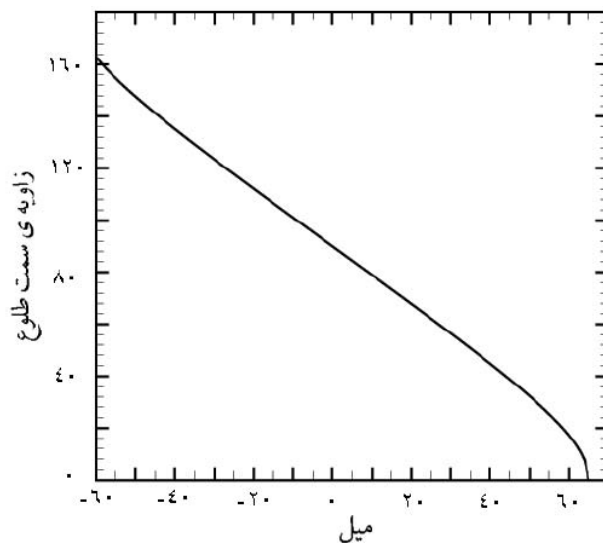
در نهایت زاویه  $a_2$  برابر خواهد بود با

$$\cos(a_2 + 90) = \frac{r^2 + r_2'^2 - R^2}{2rr'} = \frac{1 + (0.978)^2 - (1.524)^2}{2 \times 1 \times 0.978} = -0.187$$

$$a_2 + 90 = 100.78 \quad \Rightarrow \quad a_2 = 10.7^\circ$$

زاویه ارتفاع مریخ در روز اول فروردین برابر خواهد بود با  $10.7^\circ$

۷) نمودار زیر، تغییرات زاویه‌ی سمت بر حسب تغییرات میل ستاره‌ها را در هنگام طلوع برای محل معینی نشان می‌دهد. عرض جغرافیایی این محل چقدر است؟



جواب: ۲۵

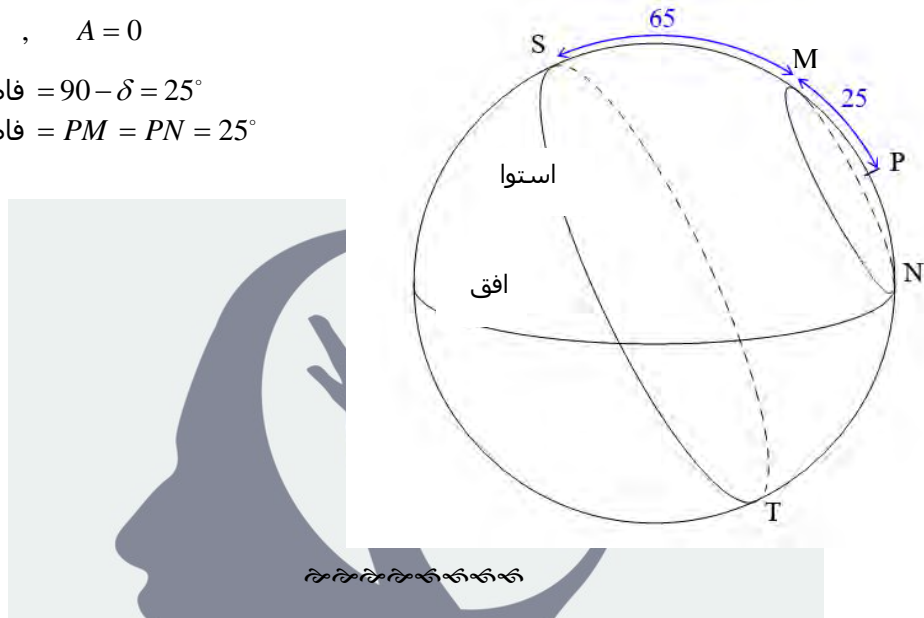
ستاره ای که زاویه ی سمت طلوع آن صفر درجه است، ستاره ایست که مدار آن دقیقاً از نقطه ی شمال افق، خراشان می گذرد.  
با توجه به نمودار بالا، برای محل معین داده شده، میل ستاره ای که زاویه ی سمت آن صفر درجه است برابر ۶۵ درجه است. بنابراین:

$$\delta = 65^\circ, \quad A = 0$$

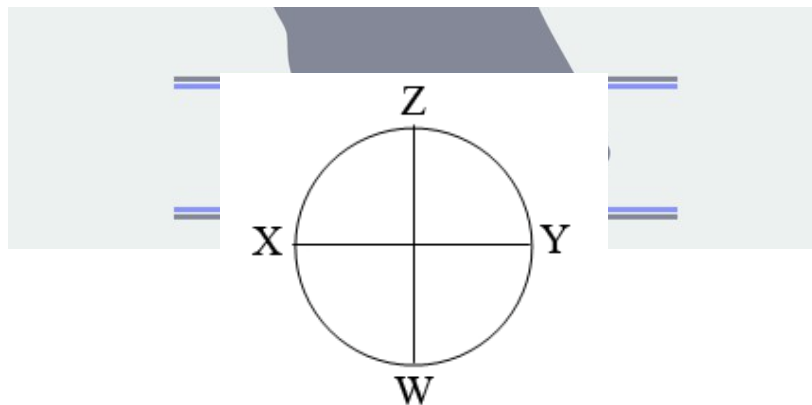
$$\text{فاصله ی قطبی} = 90 - \delta = 25^\circ$$

$$\text{فاصله ی قطبی} = PM = PN = 25^\circ$$

$$\Rightarrow \varphi = 25^\circ$$

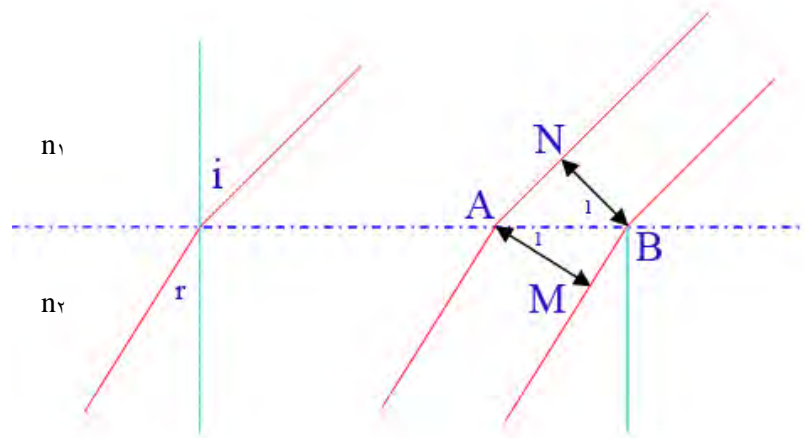


۸) غواصی در عمق ۲۰ متری دریا به خورشید نگاه می‌کند. اگر زاویه‌ی سمت‌الرأسی خورشید ۴۵ درجه باشد، خورشید از نظر این غواص، بیضی دیده خواهد شد. صد برابر خروج از مرکز این بیضی چقدر است؟ ضریب شکست آب دریا را ۱٫۳۳ فرض کنید.



جواب: ۵۵

قرص خورشید را به صورت بالا علامت گذاری میکنیم. خط  $xy$  در امتداد افق ناظر و موازی سطح آب است و خط  $zw$  عمود بر سطح آب است. پرتوهایی که از دو نقطه  $x$  و  $y$  به سطح آب میتابند فواصل یکسانی را طی میکنند و پس از آن شکست می یابند. به این دلیل فاصله عمودی میان آنها تغییری نمیکند بنابر این اندازه ظاهری  $xy$  پس از شکست تغییری نمی یابد. اما پرتویی که از نقطه  $z$  به آب میتابد دیرتر از پرتو تابیده از  $w$  به سطح آب میرسد. اندازه ظاهری  $zw$  را پس از شکست  $AM$  مینامیم. بنابر این داریم:



$$\frac{\sin(i)}{\sin(r)} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\frac{\sin(45)}{\sin(r)} = 1.33 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$

$$NB = AB \cdot \cos(B_1)$$

$$AM = AB \cdot \cos(A_1)$$

$$\frac{NB}{AM} = \frac{\cos(B_1)}{\cos(A_1)} = 0.8349$$

$$\frac{NB}{AM} = \frac{XY}{AM} = 0.8349$$

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \left(\frac{\frac{XY}{2}}{\frac{AM}{2}}\right)^2} = \sqrt{1 - (0.8349)^2} = 0.55$$

اندازه ظاهری امتداد افقی خورشید  $NB = XY$

$$\Rightarrow 100 \times e = 55$$



۹) مشاهدات دقیق نشان داده است که ستاره‌ی ۵۵ در صورت فلکی خرچنگ دارای یک منظومه‌ی سیاره‌ای است. مشخصات فیزیکی یکی از سیارات این منظومه در جدول زیر داده شده است

|                     |                    |
|---------------------|--------------------|
| $0.21 M_J$          | جرم                |
| $0.24 AU$           | نیم‌محور بزرگ مدار |
| $44.28 \text{ day}$ | دوره‌ی تناوب مداری |
| $0.34$              | خروج از مرکز       |

که در آن  $M_J = 1.9 \times 10^{27} \text{ kg}$  جرم مشتری است. با فرض این‌که طول عمر رشته‌ی اصلی خورشید  $10^7$  میلیارد سال باشد، طول عمر رشته‌ی اصلی ستاره‌ی ۵۵ خرچنگ چند برابر خورشید است؟

جواب: ۰۱

$$\frac{P^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G(M + m_p)}$$

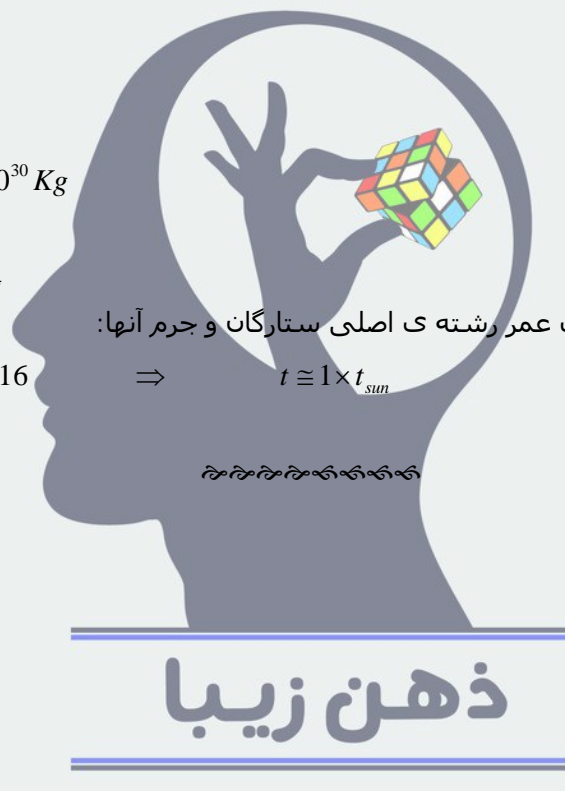
$$M + m_p = 1.8847 \times 10^{30} \text{ Kg}$$

$$m_p = 0.21 M_J$$

$$M = 1.8845 \times 10^{30} \text{ Kg}$$

$$\frac{t}{t_{sun}} = \left(\frac{M}{M_{sun}}\right)^{-2.5} \cong 1.16 \quad \Rightarrow \quad t \cong 1 \times t_{sun}$$

با توجه به رابطه‌ی بین طول عمر رشته‌ی اصلی ستارگان و جرم آنها:



## ثوابت فیزیکی و نجومی

|                        |                      |                                  |
|------------------------|----------------------|----------------------------------|
| $6,67 \times 10^{-11}$ | $m^2 kg^{-1} s^{-2}$ | ثابت جهانی گرانش                 |
| $3,85 \times 10^{26}$  | watt                 | درخشندگی خورشید                  |
| $3 \times 10^8$        | $ms^{-1}$            | سرعت نور                         |
| 6052                   | km                   | شعاع سیاره‌ی زهره                |
| 2440                   | km                   | شعاع سیاره‌ی عطارد               |
| $7 \times 10^5$        | km                   | شعاع خورشید                      |
| 6378                   | km                   | شعاع زمین                        |
| 1738                   | km                   | شعاع ماه                         |
| 0,723                  | AU                   | شعاع مداری زهره                  |
| 0,387                  | AU                   | شعاع مداری عطارد                 |
| 1,524                  | AU                   | شعاع مداری مریخ                  |
| 19,2                   | AU                   | شعاع مداری اورانوس               |
| $3,1 \times 10^{12}$   | km                   | پارسک                            |
| $1,5 \times 10^8$      | km                   | واحد نجومی                       |
| 8                      | mm                   | قطر مردمک چشم انسان در شرایط رصد |
| $1,99 \times 10^{30}$  | kg                   | جرم خورشید                       |
| $3,28 \times 10^{23}$  | kg                   | جرم عطارد                        |
| $4,87 \times 10^{24}$  | kg                   | جرم زهره                         |
| $5,97 \times 10^{24}$  | kg                   | جرم زمین                         |

ذهن زیبا